**ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 2255

**Класс** 9 **Вариант** 4 **Дата Олимпиады** 11.02.2017г

**Площадка написания** МГТУ имени Баумана

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Σ | | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | Цифрой | Прописью | |
| Оценка | 5 | 5 | 0 | 1 | 10 | 0 | 15 | 0 | 15 | 0 | 51 | пятьдесят один | |

Задача №1.

Пусть x км/ч – первоначальная скорость автомобиля, а y км – расстояние между двумя пунктами.

Тогда получим ур-ие: $\frac{y\text{ км}}{x\text{ км/ч}}=5$ ч (время прохождения пути по плану);

Тогда: ~~2ч · x км/ч (~~ $(2x)$ км (прошёл автомобиль с первоначальной скоростью); $(y-2x)$ км (ему осталось пройти); $(x+5)$ км/ч (скорость автомобиля после увеличения); за $\left(\frac{y-2x}{x+5}\right)$ ч (автомобиль прошёл оставшуюся часть пути).

Тогда получим ур-ие: $2ч+\frac{y-2x}{x+5}ч=5ч-\frac{15}{60}ч \Leftrightarrow 2ч+\frac{y-2x}{x+5}ч=4\frac{3}{4}ч \Leftrightarrow$

$$\frac{y-2x}{x+5}ч=4\frac{3}{4}ч-2ч=2\frac{3}{4}ч=\frac{11}{4}ч.$$

Сл-но получим систему ур-ий:

$$\begin{cases}\frac{y}{x}=5\\ \frac{y-2x}{x+5}=\frac{11}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5x\\ \frac{5x-2x}{x+5}-\frac{11}{4}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5x\\ \frac{3x}{x+5}-\frac{11}{4}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=5x\\ \frac{12x-11x-55}{4(x+5)}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5x\\ \frac{x-55}{4(x+5)}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=5x\\ \begin{cases}x-55=0\\ 4(x+5)\neq 0\end{cases}\end{cases} \Leftrightarrow$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

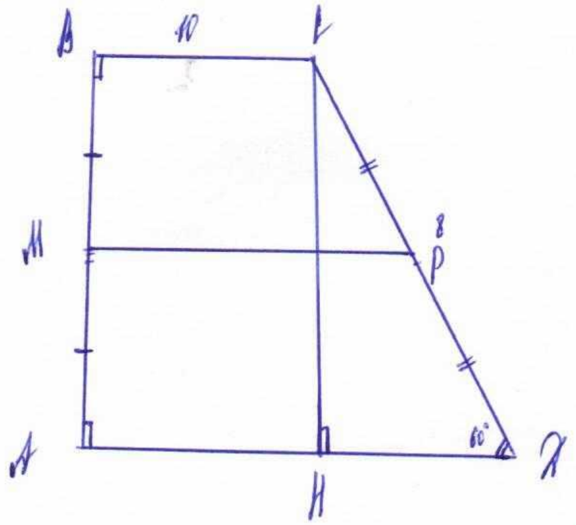
**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 2255

$\Longleftrightarrow \begin{cases} y=5x \\ x-55=0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y=5x \\ x=55. \end{cases}$

Ответ: первоначальная скорость автомобиля 55 км/ч.

Задача №2.




Дано: $BC=10$
$CD=8$
$\angle CDA=60°$

Найти: $MP$.

1) Для док-ва проведём высоту $CH$, тогда $CH \perp AD$

2) Т.к. $AB$ и $CH$ перпендикулярны прямой $AD$, т.е. $AB \perp AD$ и $CH \perp AD$, то $AB \parallel CH$ (т.к. если 2-е прямые перпендикулярны 3-ей прямой, то они параллельны). И т.к. $BC$ и $AD$ – основания трапеции, то $BC \parallel$

3) Из пункта 2 получим, что $BC \parallel AD$ (по док) и $AB \parallel CH$ (по док) $\Longrightarrow$ четыр. $ABCH$ – параллелограмм (по признаку параллелограмма)

$\Longrightarrow BC = AH = 10$ (по св-ву параллелограмма)

4) Из $\triangle CHD$ получим, что: $HD = CD \cdot \cos 60°$, т.е. $HD = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$, тогда: $AD = AH + HD$
$AD = 10 + 4 = 14.$

5) Т.к. $MP$ – ср. лин. трапеции $ABCD$, то: $MP = \frac{BC+AD}{2}$, т.е. $MP = \frac{10+14}{2} = \frac{24}{2} = 12$

Ответ: $MP = 12$.

~~Задача~~

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 2255

Задача №3.

Складывая $t-4u+3x+y+3z=-2$ и $-t+2u+2x+y-2z=3$, получим:

$\cancel{t}-4u+3x+y+3z\cancel{-t}+2u+2x+y-2z=3-2$, $\Leftrightarrow$

$-2u+5x+2y+z=1 \Rightarrow z=1+2u-5x-2y$ (обозначим за рав-во I)

~~Вычитая из $t-4u+3x+y+3z=-2$ выражение $-t+2u+2x+$~~

Подставляя выражение I в выражение $-t+2u+2x+y-2z=3$ получим:

$-t+2u+2x+y-2\cdot(1+2u-5x-2y)=3 \Leftrightarrow$

$-t+2u+2x+y-2-4u+10x+4y=3 \Leftrightarrow$

$-t-2u+12x+5y=5 \Rightarrow t=-2u+12x+5y-5$ (обозначим за рав-во II)

Подставляя в исходное выражение $-8t+22u+x+2y-19z$ равенства I и II получим: $-8(-2u+12x+5y-5)+22u+x+2y-19(1+2u-5x-2y)$, т.е

$\cancel{16u}\cancel{-96x}\cancel{-40y}+40+\cancel{22u}\cancel{+x}\cancel{+2y}-19\cancel{-38u}\cancel{+95x}\cancel{+38y}$, т.е

получим, что: $-8t+22u+x+2y-19z=40-19=21$.

Ответ: 21.

Задача №4.

~~Найдём ординату точки~~

Найдём абсциссу точки пересечения, при условии, что ординаты одинаковые:

$$x^2+\cancel{2x}-1=\cancel{2x}+a$$
$$x^2-a-1=0$$

Очевидно, что прямые будут иметь ровно 1-у общую точку, если $D=0$ (дискриминант)

Т.е получим: $x^2-a-1=0$

$D=a^2+4$, т.е $a^2+4=0$ ?

$a^2=-4$ (невозможный результат) $a=-1$

Ответ: $\varnothing$. ? $\Rightarrow \varnothing$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2255

~~Уравнение этой рид: $y = 2x + a$~~

Задание 3: $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2-\sqrt{3}}+\left(\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2+\sqrt{3}} \Leftrightarrow$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}}+\sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}+\sqrt{\frac{4}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}}-\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{9}}\ ?+\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+\sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{9}}\ ?-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{9}}+\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{9}}-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{|1+\sqrt{3}|}{3}+\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}+\frac{|1-\sqrt{3}|}{3}-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}-1}{3}+\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\cancel{1}+\sqrt{3}+\sqrt{3}-\cancel{1}}{3}+\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}-\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}-\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}+\left|\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|-\left|\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right| \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}+\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3}-{}^{3}1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{3}-3}{3}$$

Ответ: $\frac{2\sqrt{3}-3}{3}.$ ?

10

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2255

Задача №5: Пусть 1-ое число x, а 2-ое – y.

Разложим НОК и НОД на простые множители:

$630 = 10 \cdot 7 \cdot 9 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9$

$18 = 2 \cdot 9$.

Т.к 18 – НОД, то в составе обоих чисел есть простой множитель $2 \cdot 9$.

Т.к 630 – НОК, то оба числа состоят из набора простых множителей $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9$, причём $2 \cdot 9$ – есть в каждом из чисел

Тогда простой множитель 7 должен находиться либо в x числе, либо в y числе. и простой множитель 5 должен находиться либо в x числе, либо во y числе. , т.е вариант, когда в обоих числах есть простой множитель $7 \cdot 5$ – исключается.

Получим, что $x = 2 \cdot 9 \cdot 5$ ; $y = 2 \cdot 9 \cdot 7$

$x = 90$ ; $y = 14 \cdot 9 = 126$.

Ответ: 90 ; 126. V

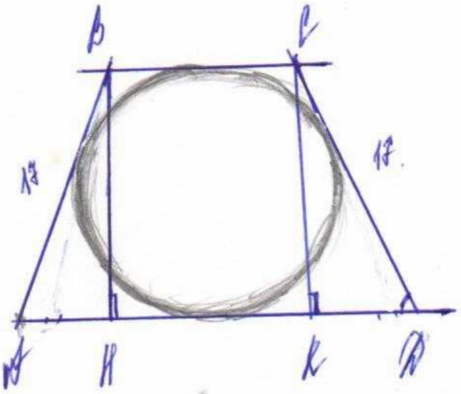
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

**Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!**

**ШИФР** 2255

Задача №9:




1) Т.к в трапецию ABCD вписана окр-ть, то:

$AB+CD=17+17=34=BC+AD$. (по св-ву опис. четырехугольников

2) Пусть $BC=x$, а $AD=y$.

3) Для док-ва проведем высоты BH и CK, тогда чет. BCKH — параллелограм (по признаку пар-мма, т.е $BH \parallel CK$ и $BC \parallel AD$

тогда $BC=HK=x$ (по св-ву пар-мма)

4) Т.к трап ABCD - равнобедр, то $\angle BAD = \angle CDA$, тогда $\triangle ABH = \triangle CKD$ (по гип-зе и острому

$\Rightarrow AH=KD=\frac{y-x}{2}$.

~~AH = ΔBAH~~ 5) Т.к диаметр окр-ти - это расстояние между пар-ми прямыми BC и AD, то $BH=CK=15$ (как расстояние между пар-ми прямыми)

6) Из $\triangle BAH$ (по т. Пиф) пол: $17^2=15^2+\left(\frac{y-x}{2}\right)^2$, т.е $\left(\frac{y-x}{2}\right)^2=289-225=64$, т.е

$\left(\frac{y-x}{2}\right)^2=(8)^2$, т.е $\frac{y-x}{2}=8$ $\left(\frac{y-x}{2}\neq-8\right.$ (т.к AH-длин

7) Ит-но получим систему ур-ий: $\begin{cases} x+y=34 \text{ (из пункта 1)} \\ \frac{y-x}{2}=8 \text{ (из пункта 6)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=34 \\ y-x=16 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} 2y=50 \\ x=34-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=25 \\ x=34-25=9 \end{cases}$, т.е получим, что: $AD=y=25$; $BC=x=9$.

Ответ: $AD=25$; $BC=9$. V