



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 4958

Класс 10 Вариант 8 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	0	5	0	10	10	10	15	0	0	55	пятидесять пять	

№1. $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x - 2) = 5 \Leftrightarrow ((x^2 - 2x)^2 - 4) = 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 9 = 0$

По теореме Тюринга:

$\frac{m}{n} : \pm 1; \pm 3; \pm 9$

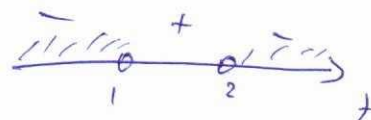
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 4 & 0 & -9 \\ -1 & 1 & -5 & 9 & -9 & 0 \\ \hline 3 & 1 & -2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$x^2 - 2x + 3 = 0$ — не имеет корней ни на м-ве действ. чисел.

Ответ: -1; 3 ✓

№3. $\frac{-x^3 + 2x^2 + x - 1}{2 - x} < x^2 \Leftrightarrow \frac{x^3 - 2x^2 - x + 1}{x - 2} - x^2 < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{x^3 - 2x^2 - x + 1 - x^3 + 2x^2}{x - 2} < 0 \Leftrightarrow \frac{1 - x}{x - 2} < 0$



Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. ✓

№5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 12 > 0$ м.к. $\frac{1}{3} \in (0; 1)$, тогда $2x+2 < 2x^2-8x+14 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-2) > 0$ Ответ: $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ ✓

№6 Пусть x - кол-во электродвигателей А типа,
тогда y - кол-во В типа.

ка А тип требуется: 2 кг. м. + 4 кг. св.

ка В тип : 3 кг. м. + 5 кг. св.

медь	свинец
146 кг.	258 кг.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 146 \\ 4x + 5y = 258 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 112 \\ 2x + 3y = 146 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 56 \\ 2(56 - y) + 3y = 146 \end{cases} \quad \text{17}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 56 \\ 112 - 2y + 3y = 146 \end{cases} \quad \text{17} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 56 - 34 \\ y = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 34 \\ x = 22 \end{cases}$$

Ответ: 22 электродвигателя А типа
34 ✓ электродвигателя В типа.

№7

Дано:

$$a_1 = 4$$

$$a_n = 5$$

$$S_n = 36$$

$$n = ?$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$\frac{4 + 5}{2} \cdot n = 36$$

$$9n = 72$$

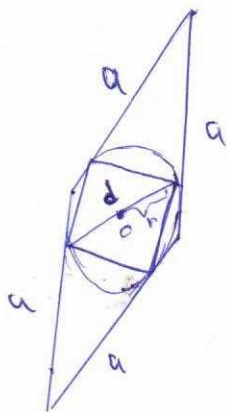
$$n = 8$$

Ответ: 8. ✓

ШИФР 4958

N2. $\sqrt{3(x-1)} - \sqrt{x-3} = 4$

N8



$$h_{\text{ромба}} = \frac{a}{2}$$

$$r_{\text{впис. окр.}} = \frac{a}{4}, \text{ т.к. } h_{\text{ромба}} - \text{диаметр впис. окр.}$$

d - диагональ кв.

$$d = \frac{a}{2}$$

$$S_{\text{кв.}} = \frac{a^2}{8}$$

$$S_{\text{ромба}} = \frac{a^2}{2} \quad \checkmark$$

$$\frac{S_{\text{ромба}}}{S_{\text{кв}}} = \frac{a^2 \cdot 8}{2 \cdot a^2} = 4$$

a - сторона
 ромба
 $\frac{S_{\text{ромба}}}{S_{\text{кв}}} = ?$

Ответ: 4. $\checkmark$

N9.
$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1+\sqrt{3}}{2} & (*) \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

(1): $\sin x + \cos y = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\wedge$ $\sin\left(\frac{2\pi}{3} - y\right) + \cos y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)

(2) $\sin \frac{\pi}{3} \cos y + \cos y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + \cos y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\wedge$ $\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos y = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

$\wedge$ $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos y + \sin y \cdot \frac{1}{2} + \cos y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (3)

$\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos y + 1) + \frac{1}{2}(\sin y - 1) = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(7)