



ШИФР

972

Класс 11 Вариант 7 Дата Олимпиады 11.02.17

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	5	10	8	15	—	20	78	семьдесят восемь	

№6

Пусть сибирские = x , ангорские = y , персидские = z ,
шамские = k .

По условию задачи:

$$\begin{cases} k = 2y & (1) \\ z = 1,5k & (2) \\ z = x + 13 & (3) \\ x + y + z + k = 77 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 3 \cdot (1) - 2 \cdot (2) = \\ & 3k - 3k = 6y - 2z \\ & 6y = 2z \\ & y = \frac{z}{3} \end{aligned}$$

Получаем

$$\begin{cases} y = \frac{z}{3} \\ k = \frac{2z}{3} \\ x = z - 13 \end{cases} \Rightarrow z - 13 + \frac{z}{3} + \frac{2z}{3} + z = 77$$

$$3z = 90; z = 30$$

сибирские = $\downarrow$
17
ангорские = 10
персидские = 30
шамские = 20.

Ответ (по порядку): 17; 10; 30; 20.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

972

№1

$$(x-1)(x-3)(x-5) = x^2(x^2-9)$$

$$(x^2-4x+3)(x-5) = x^3-9x$$

$$x^3-5x^2-4x^2+20x+3x-15 = x^3-9x$$

$$-9x^2+32x-15=0$$

$$9x^2-32x+15=0$$

$$D = 1024 - 540 = 484 = 22^2$$

$$x_1 = \frac{32+22}{18} = 3$$

$$x_2 = \frac{32-22}{18} = \frac{5}{9}$$

Ответ: $3; \frac{5}{9}$ ✓

№2

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2$$

$$\sqrt{x-1} = 2 - \sqrt{3x+1}$$

$$x-1 = 4 - 4\sqrt{3x+1} + 3x+1$$

$$4\sqrt{3x+1} = 2x+6$$

$$2\sqrt{3x+1} = x+3$$

$$4(3x+1) = x^2+6x+9; x \geq -\frac{1}{3}$$

$$12x+4 = x^2+6x+9$$

$$x^2-6x+5=0$$

$$x_1+x_2=6$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5$$

$$\begin{cases} x_4=5 \\ x_4=1 \end{cases} \text{ не удов.}$$

$$\begin{cases} 2-\sqrt{3x+1} \geq 0 \\ 3x+1 \leq 4 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Ответ: 1 ✓

№3

$$\frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x+2}$$

$$\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{2x+4-3x-3}{(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{x-1}{(x+1)(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = \frac{x-1}{(x+1)(x+2)}$$

Нули: 1

Разрывы: -1; -2.



$$f(-2) < 0$$

$$f(-1,5) > 0$$

$$f(0) < 0$$

$$f(10) > 0$$

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-1; 1]$ ✓

№4

$$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$$

$$\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = \frac{11}{12}$$

$$\frac{11}{6} \log_3 x = \frac{11}{12}$$

$$\log_3 x = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{3}$$

Ответ: $\sqrt{3}$ ✓

№5

$$8 \cdot 4^x + 1 \leq 6 \cdot 2^x$$

$$8 \cdot 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 1 \leq 0$$

$$2^x = t; t > 0$$

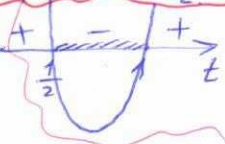
$$8 \cdot t^2 - 6 \cdot t + 1 \leq 0$$

$$f(t) = 8t^2 - 6t + 1$$

ветви ↑

$$\text{Нули: } D = 36 - 32 = 2^2$$

$$t_1 = 1; t_2 = \frac{1}{2}$$



$$\begin{cases} 2^x \leq 1 \\ 2^x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Ответ: $[-1; 0]$ ✓

ШИФР

97.2

№7

$$\lg 2; \lg(2^x - 1); \lg(2^x + 1)$$

$$S_3 = \lg 2 + \lg(2^x - 1) + \lg(2^x + 1)$$

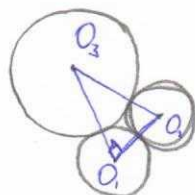
$$\lg 2 + \lg(2^x - 1) + \lg(2^x + 1) = S_3$$

$$\lg(2(2^x - 1)(2^x + 1)) = \frac{3}{2} \lg(2(2^x + 1)) \cdot \frac{3}{2}$$

$$t^2 - 4t - 1 = 0 \quad D = 16 + 4 = 20$$

$$t_1 = \frac{4 + \sqrt{20}}{2} = 2 + \sqrt{5}$$

$$t_2 = 2 - \sqrt{5} \text{ не удов. } t > 0$$



$$r_1 = x$$

$$r_2 = 4 \text{ см.}$$

$$r_3 = 6 \text{ см.}$$

$$\lg((2(2^x - 1)(2^x + 1))^2) = \lg((2(2^x + 1))^3)$$

$$4(2^x - 1)^2(2^x + 1)^2 = 4 \cdot 2(2^x + 1)^3$$

$$(2^x - 1)^2 = (2^x + 1) \cdot 2$$

$$2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 1 = 2 \cdot 2^x + 2$$

$$2^{2x} - 4 \cdot 2^x - 1 = 0$$

$$2^{2x} = t; t > 0$$

$$2^x = 2 + \sqrt{5}$$

$$x = \log_{2+\sqrt{5}} 2$$

Ответ: $\log_{2+\sqrt{5}} 2$

№8.

$$O_1 O_2 = x + 4$$

$$O_1 O_3 = x + 6$$

$$O_2 O_3 = 10$$

по Пифагору

$$(x + 4)^2 + (x + 6)^2 = 100$$

$$x^2 + 8x + 16 + x^2 + 12x + 36 = 100$$

$$x^2 + 10x + 26 = 50$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$D = 100 + 96 = 196$$

$$x_1 = \frac{-10 + 14}{2} = 2$$

$$x_2 < 0 \text{ не удов. усл. задачи.}$$

Ответ: 2

$$A^3 + 3A = ?; A = \sqrt[3]{5+2} - \sqrt[3]{5-2}$$

$$A^3 = \sqrt[3]{5+2} + 3\sqrt[3]{(5+2)^2(5-2)} + 3\sqrt[3]{(5-2)^2(5+2)} - \sqrt[3]{5-2} =$$

$$= 4 - 3\sqrt[3]{(5+2)(5-2)}(\sqrt[3]{5+2} + \sqrt[3]{5-2})$$

$$A^3 + 3A = 4 - 3\sqrt[3]{(5+2)(5-2)}(\sqrt[3]{5+2} - \sqrt[3]{5-2}) + 3(\sqrt[3]{5+2} - \sqrt[3]{5-2}) =$$

$$= 4 - 3(\sqrt[3]{5+2} - \sqrt[3]{5-2})(\sqrt[3]{(5+2)(5-2)} - 1) =$$

$$= 4 - 3(\sqrt[3]{5+2} - \sqrt[3]{5-2})(\sqrt[3]{5-4} - 1) =$$

$$= 4 - 3(\sqrt[3]{5+2} - \sqrt[3]{5-2}) \cdot 0 = 4$$

Ответ: 4