



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР 1831

Класс 10 Вариант 7 Дата Олимпиады 11.02.17

Площадка написания МГТУ им. Б. АУМАН

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	3	5	3	—	5	10	—	10	—	20	56	пятьдесят шесть	

N1.

$$(x-1)(x-3)(x-5) = x(x^2-9)$$

$$(x-1)(x-3)(x-5) = x(x-3)(x+3)$$

$$(x-1)(x-5) = x^2+3x$$

$$x^2-6x+5 = x^2+3x$$

$$9x=5$$

$$x = \frac{5}{9}$$

Ответ: $\frac{5}{9}$.

N2.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2$$

$$(\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1})^2 = 4$$

$$x-1 + 2\sqrt{(x-1)(3x+1)} + 3x+1 = 4$$

$$2\sqrt{(x-1)(3x+1)} = 4-4x$$

$$(2\sqrt{(x-1)(3x+1)})^2 = (4-4x)^2$$

$$4(x-1)(3x+1) = 16 - 32x + 16x^2$$

$$4(3x^2 - 2x - 1) = 16 - 32x + 16x^2$$

$$12x^2 - 8x - 4 = 16 - 32x + 16x^2$$

$$4x^2 - 24x + 20 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$D = 36 - 20 = 16$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$x_1 = 5$ - не удовлетворяет.

$x_2 = 1$.

Ответ: 1. ✓

N3.

$$\frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x+2}$$

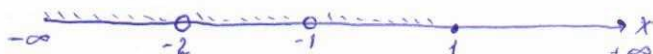
ОДЗ: $x \neq -1$

$x \neq -2$

$$2(x+2) \geq 3(x+1)$$

$$2x+4 \geq 3x+3$$

$$x \leq 1$$



$$x \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 1]$$

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 1]$

N6.

Пусть на выставке было x кошек ангорской породы, тогда кошек шотландской породы было $2x$, следовательно, кошек персидской породы было $2x \cdot 1.5$, а кошек сибирской породы было $2x \cdot 1.5 - 13$. Всего на выставке было 99 кошек (по условию). Составили и решили уравнение.

$$x + 2x + 2x \cdot 1.5 + (2x \cdot 1.5 - 13) = 99$$

$$x + 2x + 3x + 3x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

Значит, кошек ангорской породы было 10

- 1) $10 \cdot 2 = 20$ (кошек) - шотландской породы
- 2) $20 \cdot 1.5 = 30$ (кошек) - персидской породы.
- 3) $30 - 13 = 17$ (кошек) - сибирской породы.

Ответ: 10 - ангорской, 20 - шотландской, 30 - персидской, 17 - сибирской.



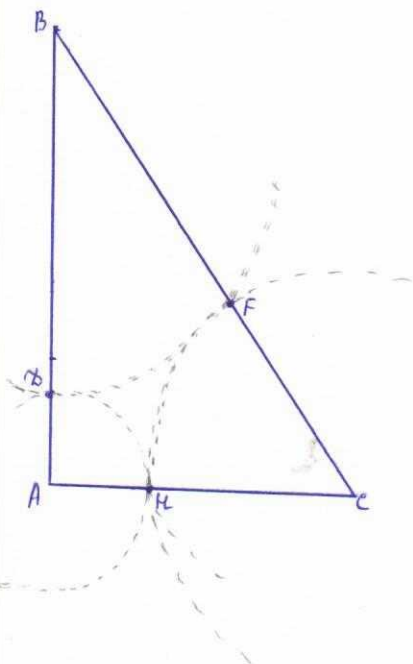
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 1831

N 8.



Дано:

$$\triangle ABC, \angle BAC = 90^\circ$$

$$BD = BF, CF = CH, AH = AD - \text{радиуса.}$$

$$BF = BD = 6 \text{ см}, CH = CF = 4 \text{ см}$$

Найти AD (или AH).

Решение:

Пусть $AD = AH = x$.

$$BC = BF + CF = 6 + 4 = 10 \text{ см}$$

$$AC = AH + CH = (x + 4) \text{ см}$$

$$AB = AD + DB = (x + 6) \text{ см} \quad \checkmark$$

По теореме Пифагора $BC^2 = AC^2 + AB^2$, отсюда

$$10^2 = (x + 4)^2 + (x + 6)^2 \quad \checkmark$$

$$100 = x^2 + 8x + 16 + x^2 + 12x + 36$$

$$2x^2 + 20x - 48 = 0$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0 \quad \checkmark$$

$$D = 9700$$

$$x = \frac{-10 \pm 10\sqrt{97}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-10 - 10\sqrt{97}}{2} - \text{не удовлетворяет}; \quad x_2 = \frac{-10 + 10\sqrt{97}}{2} = -5 + 5\sqrt{97} \text{ см}$$

$$AD = AH = -5 + 5\sqrt{97} \text{ см}$$

Ответ: $-5 + 5\sqrt{97}$ см.

N10.

$$A^3 + 3A = A(A^2 + 3).$$

$$1) A^2 + 3 = \left(\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} - 2\sqrt[3]{5-4} + \sqrt[3]{(\sqrt{5}-4)^2} \right) + 3 = \sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} - 2 + \sqrt[3]{(\sqrt{5}-4)^2} + 3 =$$

$$= \sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^2} + 1$$

$$2) (\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}) (\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^2} + 1) = \sqrt{5}+2 + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} -$$

$$- \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt{5}+2 - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} = 2+2=4.$$

Ответ: 4. ✓

N5.

$$8 \cdot 4^x + 1 \leq 6 \cdot 2^x$$

$$2^3 \cdot 2^{2x} + 1 \leq 3 \cdot 2 \cdot 2^x$$

$$2^{2x+3} - 2^{x+1} \cdot 3 \leq -1.$$

$$2^{x+1} (2^2 - 3) \leq -1$$

$$2^{x+1} \leq -2. \quad ?$$

$$1) x+1 \leq 1.$$

$$x \leq 0$$

$$2) x+1 \leq -1$$

$$x \leq -2.$$

$x=0$ - не удовлетворяет

$x=-1$ - удовлетворяет

$x=-2$ - удовлетворяет

$x=-3$ - не удовлетворяет.

Ответ: -2; -1.