ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 839

Класс 10 **Вариант** 7 **Дата Олимпиады** 11.02.2017

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	4	4	5	–	10	–	15	–	20	63	шестьдесят три	

№1.

1). $(x-1)(x-3)(x-5)=x(x^2-9)$ \ $:x-3$

$(x-1)(x-5)=x(x+3)$

$x^2-6x+5=x^2+3x$

$x^2-x^2-6x-3x+5=0.$

$-9x=-5.$

$x=\frac{5}{9}$ ✓

Ответ: $x=\frac{5}{9};3.$ ✓

2). $(x-1)(x-3)(x-5)=x(x^2-9)$

$(x^2-4x+3)(x-5)=x^3-9x$ ✓

$x^3-5x^2-4x^2+20x+3x-15=x^3-9x.$

$-9x^2+23x+9x-15=0.$

$-9x^2+32x-15=0$ \ $\cdot(-1)$

$9x^2-32x+15=0.$

$D=32^2-4\cdot15\cdot9=1024-540=484$

$x_1=\frac{32+22}{18}=\frac{54}{18}=3.$

$x_2=\frac{32-22}{18}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$ ✓

№2.

$\sqrt{x-1}+\sqrt{3x+1}=2$ \ возведём обе стороны в квадрат

$\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{3x+1}\right)^2=2^2$

$x-1+2\sqrt{(x-1)(3x+1)}+3x+1=4.$

$4x-4=-2\sqrt{3x^2-2x-1}$ \ снова возведим обе части в квадрат $\geq 0?$

$16(x^2-2x+1)=4(3x^2-2x-1)$

$16x^2-32x+16-12x^2+8x+4=0.$

$4x^2-24x+20=0.$

$D=(-24)^2-4\cdot4\cdot20=576-320=256$

$x_1=\frac{24+16}{8}=\frac{40}{8}=5.$

$x_2=\frac{24-16}{8}=\frac{8}{8}=1.$

ОДЗ-?

Ответ: $x=1;5.$

П: 1) $\sqrt{1-1}=\sqrt{0}=0.$

$\sqrt{5-1}=\sqrt{4}=2.$

2). $\sqrt{3\cdot1+1}=\sqrt{4}=2$

$\sqrt{3\cdot5+1}=4.$

$2+4\neq6.$

} Корни выполнятся, значит и 1 и 5 — верные решения

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 839

№3.

1). $\frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x+2} \quad \Big| \cdot (x+1)(x+2)$. ≥ 0?

$2(x+2) \geq 3(x+1)$

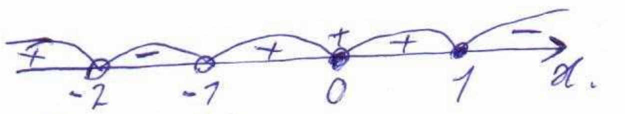
$2x+4 \geq 3x+3$

$-x+1 \geq 0$.

$x \leq 1$.

2). $x+1 \neq 0$; $\quad x+2 \neq 0$;

$x \neq -1$. $\quad x \neq -2$.



Подставив число из каждого промежутка в неравенство, находим промежутки на которых оно выполняется. =>

$\Rightarrow x \in (-\infty; -2), [-1; 1]$

Ответ: $x \in (-\infty; -2), (-1; 1]$.

№4.

$\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$.

По формуле $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ преобразуем:

$\log_3 x + \frac{\log_3 x}{\log_3 9} + \frac{\log_3 x}{\log_3 27} = \frac{11}{12} \quad \Big| \cdot 12$.

$12\log_3 x + \frac{\log_3 x}{2} \cdot 12 + \frac{\log_3 x}{3} \cdot 12 = 11$

$12\log_3 x + 6\log_3 x + 4\log_3 x = 11$.

$22\log_3 x = 11$.

$\log_3 x = \frac{11}{22} \quad x = 3^{\frac{1}{2}}$

Ответ: $x = 3^{\frac{1}{2}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 839

№ 6:

~~Дано:~~ Решение:

Пусть кол-во ангорских кшк = x шт, тогда сиамских кшк = $2x$, персидских кшк = $3x$

а сибирских кшк = $3x-13$. Всего 77 кошков. (кшк — кошка)

1). Получим уравнение:

$x+2x+3x+3x-13=77$

$3x+3x+3x=90$

$9x=90$

$x=10$ (кошков)

Значит, ангорских — 10 кошков, сиамских — 20 кошков, персидских — 30 кошков, а сибирских — 17 кошков.

Ответ: сибирских — 17; ангорских — 10; персидских — 30; сиамских — 20.

№ 8.

Дано:

радиус большой окр. = 6 см

радиус средней окр. = 4 см

Найти:

радиус малой окр. — ?

Решение: Пусть r малой окр = x см, тогда есть 3 варианта

1). Большая и средняя окружности имеют центры в вершинах △-ника, которы заключают между собой гипотенузу (c).

Тогда $c=6+4=10$ см, $a=6+x$ см, $b=4+x$ см, где a и b — катеты.

По теореме Пифагора $10^2=(6+x)^2+(4+x)^2$ $100=36+12x+x^2+16+8x+x^2$

$2x^2+20x+52=100$ $x^2+10x-24=0$

$x^2+10x+26-50=0$ $D=10^2+4\cdot24=100+96=196$

$x_1=\frac{-10+14}{2}=2$.

$x_2=\frac{-10-14}{2}=-12$ — не верно, т.к. r не может быть меньше 0, значит r малой окружности = 2 см.

2). Большая и средняя окружности имеют центры в вершинах прямого и острого углов △-ника, тогда $a=6+4=10$ см, $b=4+x$, $c=6+x$

$(6+x)^2=(4+x)^2+100$ $36+12x+x^2=16+8x+x^2+100$ $4x=80$ $x=20$ см, значит получ что r меньшей окружности = 20 см, но тогда r малой > r большой > r средней, то есть не удовлетвор условию.

Третьего варианта не дано, т. к. получится уравнение $(x+4)^2=100+(x+6)^2$, но $x+4<x+6$ значит $c^2<a^2+b^2$, что противоречит условию.

Ответ: 2 см.

ШИФР 839

№10.

A^3+3A, $A=\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$

1). $A^3=\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^3=\sqrt{5}+2-3\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2}\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}+3\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}\sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^2}-$

$-\sqrt{5}+2=4+3\left(\sqrt[3]{(5-4)(\sqrt{5}-2)}-\sqrt[3]{(5-4)(\sqrt{5}+2)}\right)=4+3\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}-$

$-3\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$

2) $4+3\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}+3\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}+3\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-3\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=4$