ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4661

Класс 10 **Вариант** 8 **Дата Олимпиады** 11.02.2017

Площадка написания МГТУ имени Баумана.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	4	3	5	9	5	10	15	3	∅	59	пятьдесят девять	

№1.

$(x^2-2x+2)(x^2-2x-2)=5$

$x^4-2x^3+2x^2-2x^3+4x^2-4x-2x^2+4x-4=5.$

$x^4-4x^3+4x^2-9=0$

$x^2(x-2)^2-9=0$

$(x(x-2)-3)(x(x-2)+3)=0$

$(x^2-2x-3)(x^2-2x+3)=0$

$\left[\begin{array}{l} x^2-2x+3=0 \\ x^2-2x-3=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \text{выражение } x^2-2x+3>0 \text{ при любом } x \\ (x-3)(x+1)=0 \end{array}\right.$

Отсюда $x=3;\ -1.$

Ответ: $3;\ -1.$ ✓

№2.

$\sqrt{3x-3}-\sqrt{x-3}=4$

Пусть $x-3=t;\ x=t+3;\ \Rightarrow \sqrt{3t+6}-\sqrt{t}=4.$

$\sqrt{3t+6}=4+\sqrt{t}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4661

$3t+6=16+t+8\sqrt{t}$

$2t-10=8\sqrt{t}$; $(2t-10)^2=(8\sqrt{t})^2$

$t^2-26t+25=0$

$t=\frac{26\pm\sqrt{26^2-100}}{2}=\frac{26\pm24}{2}=25;1.$

$x=t+3$

$x_1=28$

$x_2=1+3=4\to 0$

Ответ: $28; \cancel{1}$

№3.

$\frac{-x^3+2x^2+x-1}{2-x}<x^2$

$\frac{-\cancel{x^3}+2x^2+x-1-2x^2+\cancel{x^3}}{2-x}<0$?

$\frac{2x^2-x-1}{2-x}<0$

$\frac{2(x-1)(x+\frac{1}{2})}{x-2}>0$

$- \quad \frac{1}{2} \quad + \quad 1 \quad - \quad 2 \quad +$

$x\in(\frac{1}{2};1)\cup(2;+\infty)$

Ответ: $x\in(\frac{1}{2};1)\cup(2;+\infty)$?

№4.

$\lg(3x-1)-\frac{1}{2}\lg(x+1)=\frac{1}{2}\lg(x+13)$

$\lg(3x-1)=\frac{1}{2}(\lg(x+1)+\lg(x+13))$

$2\lg(3x-1)=\lg((x+1)\cdot(x+13))$

$(3x-1)^2=(x+1)(x+13)$

$9x^2+1-6x=x^2+14x+13$

$8x^2-20x-12=0$

$2x^2-5x-3=0$ ✓

$x_{12}=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\frac{5\pm7}{4}=3;-\frac{1}{2}$

ОДЗ: $\begin{cases}3x-1>0\\3x-1\neq1\\x+1>0\\x\neq0\\x+13>0\\x+13\neq1\end{cases}$ $\begin{cases}x>\frac{1}{3}\\x\neq\frac{2}{3}\\x>-1\\x\neq0\\x>-13\\x\neq-12.\end{cases}$

$\begin{cases}x>\frac{1}{3}\\x\neq\frac{2}{3}.\end{cases}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=3.$

Ответ: 3. ✓

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4661

№5.

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14}$$

$$\left(3^{-2}\right)^{x+1} > \left(3^{-1}\right)^{2x^2-8x+14}$$

$$3^{-2x-2} > 3^{-2x^2+8x-14}$$

$$-2x-2 > -2x^2+8x-14.$$

$$x^2-5x+6>0$$

$$(x-3)(x-2)>0$$

$+ \quad 2 \quad - \quad 3 \quad +$

$x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$?

9

Ответ: $x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

№6

Пусть кол-во электродвиг. типа $A = x$, а типа $B = y$. Тогда кол-во меди, потраченное на их произв. равно: $2x+3y=146$. А кол-во свинца — $4x+5y=258$. Отсюда составим систему уравнений

$$\begin{cases} 2x+3y=146 \\ 4x+5y=258 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{258-5y}{4} \\ 296=258-5y+6y \end{cases}$$

5

$$\begin{cases} x=\cancel{11} \; 22 \\ y=\cancel{38} \; 34 \end{cases}$$ Ответ: 11 двигат. типа А и 38 двигат. типа В

№7.

$$S_n=\frac{a_1+a_4}{2}\cdot n.$$

$$36=\frac{4+5}{2}\cdot n.$$

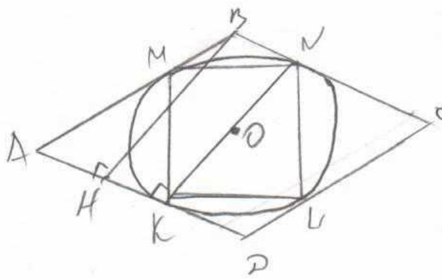
$$n\cdot 9=72$$

$$n=8.$$

10

Ответ: 8.

№8.



Дано: $\angle BAH$
$ABCD$ - ромб,
$MNKL$ - квадрат
Окр. $(O; R.)$
$\frac{S_{ABCD}}{S_{MNKL}}$ - ?

Решение:

$KN=2R. \Rightarrow MK=R\sqrt{2}$ (по т. пифаг. $\triangle MK$

$S_{MNKL}=(R\sqrt{2})^2=R^2\cdot 2.$

BH - высота к AD,

$BH \parallel KN$,

$BH=KN$ (т.к. $BHKN$ - парал.)

$\triangle ABH$

$BH=2R$
$\angle BHA=90^\circ$
$\angle BAH=30^\circ$
$\Rightarrow AB=4R. \Rightarrow$
$\Rightarrow S_{ABCD}=4R\cdot 2R=8R$

15

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{MNKL}}=\frac{8R^2}{2R^2}=\frac{4}{1}$$ Ответ: $\frac{4}{1}$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4661

№9.

$$\begin{cases} \sin x+\cos y=\frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ x+y=\frac{2\pi}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} \sin x+\cos y=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2} \\ x+y=\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin x=\frac{1}{2} \\ \cos y=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos y=\frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right. \\ x+y=\frac{2\pi}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+\pi n \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{\pi}{3}+\pi n \end{cases} \end{array}\right. ,\ n\in Z \\ x+y=\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

При $x=\frac{\pi}{3}=y$ ~~вс~~ получаются верные равенства.

Ответ: $x=y=\frac{\pi}{3}$. – частный случай! 3