



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

13434

Класс 9 Вариант 4 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	0	5	0	10	15	0	15	0	55	пятьдесят пять	

№1

Пусть x км/ч - его начальная скорость. Тогда после двух часов пути его скорость стала $(x+5)$ км/ч. В итоге он проехал $2x+2,45(x+5)$ км, что равно $5x$ км. Составим уравнение

$$2x+2,45(x+5)=5x$$

$$2,75x+12,25=3x$$

$$0,25x=12,25$$

$$x=55$$

Ответ: его начальная скорость 55 км/ч ✓

№2

Дано:

ABCD - прямоугольн. трап.

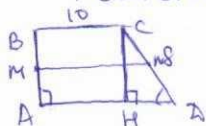
BC=10, $\angle D=60^\circ$

CD=8

MN - ср. л. ABCD

Найти: MN=?

Решение



1) Пусть $CH \perp AD$.

2) $BC \parallel AD$, т.к. BC и AD - основания трапеции, $AB \perp AD$, $CH \perp AD \Rightarrow ABCN$ - прямоугольник, $\Rightarrow AN=BC=10$

3) $\triangle CHD$ - прямоугольн., тогда $\cos D = \frac{DH}{CD} \Rightarrow DH = \cos 60^\circ \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$

$$4) MN = \frac{AD+BC}{2} = \frac{AN+ND+BC}{2} = \frac{10+10+4}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Ответ: 12 ✓

№4

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 1 \\ y = 2x + a \end{cases}$$

одно решение -
а=?



$$x^2 + 2x - 1 = 2x + a$$

$$x^2 = a + 1$$

Уравнение имеет одно решение $x=0$ при $a=-1$

Проверим

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$(0; -1)$ - единственная точка пересечения графиков

Ответ: при $a=-1$ ✓

ШИФР

13434

N 9

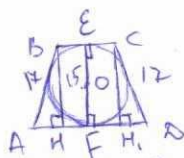
Дано:

ABCD - равноб. тр.

AB = CD = 17 см

окр(O; r = 15 см) - впис.

Найти: AD и BC



Решение:

1) Проведем EF так, что O ∈ EF, E ∈ BC, F ∈ AD, E, F ∈ окр. EF - диаметр и высота трапеции

2) Проведем BH ⊥ AD и CH ⊥ AD. Δ ABH ≅ Δ CHD по катету и гипотенузе (AB = CD = 17 см, BH = CH = EF = 15 см) ⇒ AH = HD

3) Δ ABH - прямоугол. По г. Пифагора

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{2 \cdot 32} = \sqrt{64} = 8 \text{ см}$$

Тогда DH = AH = 8 см

4) ABCD - опис. четырёхугольник, ⇒ AB + CD = BC + AD

$$2AB = AH + HH + DH + BC$$

5) BC || AD, т.к. AD и BC - основания трапеции, BH ⊥ AD, CH ⊥ AD, ⇒ BHH, C - прямоугольник, ⇒ HH = BC, тогда 2BC = 18 см

6) AD = AH + HH + HD = 8 см · 2 + BC = 16 см + 9 см = 25 см

$$BC = 9 \text{ см}$$

Ответ: AD = 25 см и BC = 9 см ✓

N 3

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2-\sqrt{3}} + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2+\sqrt{3}} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2-\sqrt{3}} + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2+\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\sqrt{2-\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{6}} + \frac{(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{4-3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{4-3}}{\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{6}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2-\sqrt{3}} + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\sqrt{2+\sqrt{3}} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\sqrt{\frac{2+4-3}{2}} - \sqrt{\frac{2-4+3}{2}}\right) + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \times$$

$$\times \left(\sqrt{\frac{2+4-3}{2}} + \sqrt{\frac{2-4+3}{2}}\right) = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) =$$

$$= \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{3}+1}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1-\sqrt{3}-1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 2 = 0$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

13734

N4

$$\begin{aligned} -8t + 22u + x + 2y - 19z &= -5t - 3t + 10u + 12u + 10x - 9x + 5y - 3y - 10z - 9z = \\ &= \cancel{5t} + (5t + 10u + 10x + 5y - 10z) - (3t - 12u + 9x + 3y + 9z) = \\ &= 5(-t + 2u + 2x + y - 2z) - 3(t - 4u + 3x + y + 3z) = 5 \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 3(5 + 2) = 3 \cdot 7 = 21 \end{aligned}$$

N6

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n \leq 40$$

$$\frac{n}{2} \in \mathbb{N} \Rightarrow n - \text{четное}$$

$$0,48(n-5) = \frac{12}{25}(n-5) \in \mathbb{N} \Rightarrow (n-5) : 25$$

Пусть $n-5=25$, тогда $n=30$ и $30:2$

Пусть $n-5=50$, тогда $n=55$, но $55 \neq 2$

$\Rightarrow$ подходит только $n=30$

Ответ: 30 школьников ✓