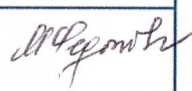


ШИФР 11653

Класс 9 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания свфу

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	5	5	0	10	0	15	—	15	15	65	шестьдесят пять	

- 1) пусть I труба набирает весь бассейн наполняет за x ч.
тогда II труба — за $x+6$
и за $x+2$ — $\frac{2}{3}$ бассейна.

$\Rightarrow$ скорость заполнения трубы — $\frac{1}{x+6}$ бассейна/час.

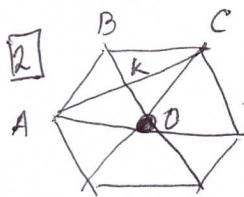
$$\Rightarrow x \text{ ч. } \frac{1}{x+6} \text{ часть бассейна/час} = \frac{2}{3} \text{ бассейна}$$

$$\frac{x}{x+6} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 2x + 12$$

$$x = 12 \text{ ч.}$$

Ответ: за 12 ч.



дан — равн. б-ни $\triangle ABC$ и мы знаем, что в
равн. б-ни сторона = рад. опис. окр-ти $\triangle ABC$

а центр опис. окр-ти — т. пересечения диагоналей (O)

1) проведем диаг. $AC = 2\sqrt{3}$

2) $AB = BC = CD = DA$ (←)

$\Rightarrow \triangle ABC$ — равн., в равн. б-ни диаг. $\perp$ -но и б-ни делят пополам. $\Rightarrow AK = KC$ $BK = KO$.

3) рассм. $\triangle ABK$ пусть $AB = a$, тогда $BK = \frac{BO}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

$$AK = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

т.к. $\triangle$ — пр $\Rightarrow a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2$

$$a^2 = \frac{a^2}{4} + 3 \quad a^2 = 4$$

$$a^2 \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 3 \quad a = 2$$

$$a^2 \cdot \frac{3}{4} = 3$$

$P = 6 \cdot a = 6 \cdot 2 = 12$
Ответ: 12

ШИФР 11653

$$\begin{aligned}
 [3] \quad \left(\frac{a^{\frac{4}{9}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{3 \cdot a^{\frac{3}{2}}} \right)^{-\frac{3}{5}} &= \left(\sqrt[5]{\frac{a^{\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{6}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{3 \cdot a^{\frac{3}{2}}}} \right)^{-3} = \sqrt[5]{\left(\frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{3 \cdot a^{\frac{3}{2}}} \right)^3} = \sqrt[5]{\frac{a^{\frac{2}{3} \cdot 3} \cdot a^{\frac{5}{6} \cdot 3}}{3^3 \cdot a^{\frac{3}{2} \cdot 3}}} = \\
 &= \sqrt[5]{\frac{a^2 \cdot a^{\frac{5}{2}}}{27 \cdot a^{\frac{9}{2}}}} = \sqrt[5]{\frac{1}{a^4} \cdot \frac{1}{27} \cdot \sqrt{\frac{1}{a^4}}} = \sqrt[5]{\frac{1}{a^4} \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{a^2}} = \left(\sqrt[5]{a^6 \cdot 27} \right)^{-\frac{1}{5}} = \left(\sqrt[5]{a^6 \cdot 27} \right)^{-\frac{1}{5}} = \\
 &= \sqrt[5]{\frac{1}{a^6 \cdot 27}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^{12} \cdot 3^3}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^{15}}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}
 \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1}{27}$

$$[4] \quad y = \frac{(x^2 - 10x + 21)(x - 6)}{x - 3} = \frac{((x - 5)^2 - 4)(x - 6)}{x - 3} = \frac{(x - 5 - 2)(x - 5 + 2)(x - 6)}{x - 3} = \boxed{x \neq 3}$$

$$= (x - 7)(x - 6) = x^2 - 13x + 42, (x \neq 3)$$

↪ парабола с 1 нулевой точкой

прямая $y = m$ и $y(x)$ имеют много $\neq 7$ -и только если
это - вершина параболы или если $y = m$ проходит через нуль
нулевой точке.

Верх параболы $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{13}{2} = 7,5$

$$y_0(x_0) = (x - 7)(x - 6) = (7,5 - 7)(7,5 - 6) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$2) \quad y(3) = (3 - 7)(3 - 6) = -4(-3) = 4 \cdot 3 = 12.$$

↪ если бы $y = (x - 7)(x - 6)$ Ответ: $m = \frac{3}{4}, m = 12$

[5] ПОЛЕТ: 2 = ЛЕТО.

$$\Rightarrow \text{ЛЕТО} \times 2 = \text{ПОЛЕТ}$$

были 11 с 0-й цифра 1 (при умн. на 2 цифра иначе не имеет смысла)

$0 = 2 \cdot 10^{(n-1)}$ $n \geq 5$ (т.к. число 5-знач.)

n	Λ	O	T	E
4	5	$\frac{12}{6/1}$	-	-
4	6	$\frac{213}{4/6}$	3	3
4	7	$\frac{415}{8/0}$	6/1	1
4	8	$\frac{617}{2/4}$	5/9	9
1	9	$\frac{819}{6/8}$	3	3

но если $0 = 0$, то $T \text{ или } 0 \Rightarrow \Lambda \neq 5$.

$$E = 2 \cdot T(+1) (-10) \text{ если } E > 10.$$

если $0 \geq 5$ т.о. подходит только
если $E \neq 2(+1) = \Lambda$ вариант $\Lambda = 8, E = 9, T = 4, O = 7, n = 1$
ответ: 17894:2 = 8947

ШИФР 11653

[6] $3,1\% - 3,2\%$.

пусть в начале а центов, увеличиться ~~повысится~~ $\overline{31c}$ ~~с центов~~

тогда $a \cdot \overline{0,031c} = x$, где $x, a \in \mathbb{Z}$ (x - кол-во денег)

$$10\,000x = a \cdot \overline{31c}$$

чтобы а было min $\overline{31c}$ должно иметь min кол-во с 10 000.

$$10\,000 = 2^4 \cdot 5^4 \quad \text{или} \quad \overline{31c} : 5, \text{ тогда } c = 5, \text{ то тогда}$$

$$x = \frac{a \cdot 315}{10\,000} = \frac{a \cdot 63}{2000}$$

$$x - \text{целое}, \Rightarrow a_{\min} = 2000.$$

$$\text{или } \overline{31c} : 2, \text{ то } c = 2 \quad \overline{31c} : 8 \text{ (наиб. ст. } 2^3 \text{ и } y \text{ делится на } 8)$$

$$\text{тогда } x = \frac{a \cdot 312}{10\,000} = \frac{a}{1250} \quad a_{\min} = 1250 < 2000.$$

Ответ: 1250 центов

[7] $\underbrace{|2+y-\sqrt{x^2-2xy+y^2}|}_{\geq 0} + \underbrace{(y^2-4y+x^2+2x-21)}_{\geq 0} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2+y-\sqrt{x^2-2xy+y^2} = 0 \\ (y^2-4y+x^2+2x-21) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2+y = \sqrt{(x-y)^2} \\ (y-2)^2 + (x+1)^2 - 26 = 0 \end{cases}$$

или $x > y$.

$$x - y = 2 + y$$

$$x = 2 + 2y$$

$$(y-2)^2 + (2y+2)^2 - 26 = 0$$

$$5y^2 + 13 + 8y = 26$$

$$5y^2 + 13 + 8y = 0$$

$$D_1 = 16 + 13 \cdot 5 = 81$$

$$y_{1,2} = \frac{-4 \pm 9}{5}$$

$$y_2 = \frac{-4+9}{5} = 1 \quad x = 2+2=4$$

$$y_1 = \frac{-4-9}{5} = -7,5$$

то тогда $x = 2 + (-7,5) \cdot 2 < y$

или $y > x$

$$2+y = y-x$$

$$x = -2$$

$$(y-2)^2 + (-1)^2 - 26 = 0$$

$$(y-2)^2 = 26-1=25$$

$$y-2 = \pm 5$$

$$1) y = 7$$

$$2) y = -3,$$

то тогда $y < x$.

Ответ: $(4; 1) \cup (-2; 7)$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

11653

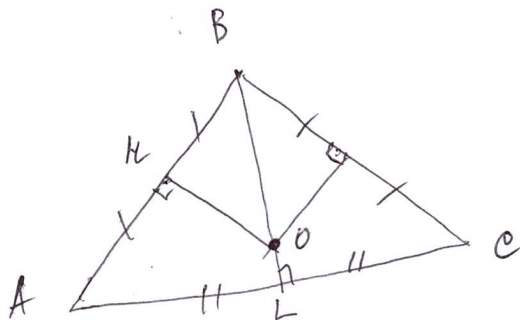
1

Дано $\triangle ABC$

$$AB = BC = 10 \text{ см.}$$

$$AC = 16 \text{ см.}$$

$$R + r = ?$$



1) центр о.ока-ти — т. О — пер. $\angle B$.

$\triangle BHO \sim \triangle BLO$ (yy: $\angle B$ — общ., $\angle BHO = \angle BLO = 90^\circ$)

$$\Rightarrow \frac{BO}{BA} = \frac{OH}{AL}$$

$$OH = \sqrt{BO^2 - BH^2}$$

$$BH = \frac{BA}{2} = 5$$

$$AL = \frac{AC}{2} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{R}{10} = \frac{\sqrt{R^2 - 25}}{8}$$

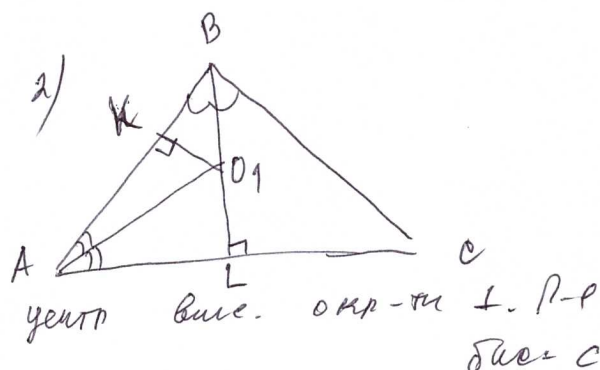
$$8R = 10\sqrt{R^2 - 25}$$

$$4R = 5\sqrt{R^2 - 25}$$

$$16R^2 = 25R^2 - 425$$

$$9R^2 = 425$$

$$R = \sqrt{\frac{425}{9}} = \frac{25}{3}$$



BL — биссектриса и
высота.

$$O_1L = O_1K = r \text{ — радиус о.ока-ти}$$

$$\triangle BO_1K \quad BK^2 + KO_1^2 = BO_1^2$$

$$BK = AB - AK, \text{ а } AK = AL = 8 \text{ (по гипотенузе и о.уны).}$$

$$\Rightarrow BK = 10 - 8 = 2$$

$$BO_1 = BL - r \quad BL = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$\text{т.о.} \quad r^2 = (6 - r)^2 - 4$$

$$r^2 = 36 - 4 + r^2 - 12r$$

$$12r = 32$$

$$r = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}$$

$$r + R = \frac{25}{3} + \frac{8}{3} = \frac{33}{3} = 11$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

11653

10

	I сплав	II сплав	III сплав
масса	150 кг	250 кг	400 кг
масса олова	1) $0,4 \cdot 150 = 60$ кг	6) $185 - 250x$ ($250 - 250x - 65$)	7) $245 - 250x$ кг (сумма массы олова в первых 2-х сплавах)
масса цинка	2) $150 \cdot x$ кг	4) $250x$	8) $400x = 120$ кг $\rightarrow 400 \cdot 0,3$ (сумма массы цинка в первых двух сплавах)
масса меди	3) $90 - 150x$ ($150 - 60 - 150x$)	5) 65 кг ($250 \cdot 0,26$)	9) $155 - 150x$ (сумма массы меди в первых 2-х сплавах)

x - доли цинка в I, II и III сплавах.

$$400x = 400 \cdot 0,3 \quad (\text{т.к. процент содержания меди в третьем сплаве - } 30\%)$$

$$\Rightarrow x = 0,3.$$

$$M_{\text{Sn}} = 245 - 250x = 245 - 250 \cdot 0,3 = 245 - 75 = 170 \text{ кг}$$

Ответ: 170 кг.