ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 10512

Класс 9 **Вариант** 5 **Дата Олимпиады** 11.02.2017

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	3	3	10	0	10	15	15	15	81	восемьдесят один	

1. Пусть вся работа – это X, тогда v_1 (скорость разгрузки первого крана) $= \frac{X}{24ч}$; v_2 (скорость разгрузки 2-ого крана) $= \frac{X}{48ч}$

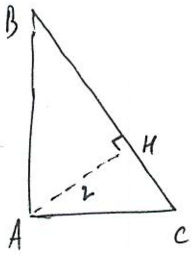
Получается, что

$(v_1+v_2)\cdot t = X$ или $\left(\frac{X}{24ч}+\frac{x}{48ч}\right)\cdot t = x \Leftrightarrow \frac{3}{48ч}t=1 \Leftrightarrow t=16ч$

Ответ: 16ч

2. Дано:
$\triangle ABC$, $R=3$,
$AH=2$, $\angle A=90°$
S – ?

Р-ие:
По теореме sin-усов : $\frac{BC}{\sin\angle A}=2R$; $BC=2R\cdot\sin 90°=2\cdot3=6$
$S=\frac{BC\cdot AH}{2}=\frac{6\cdot2}{2}=6$



Ответ: 6

3. $a=0,25:\left(\frac{a^{\frac12}\cdot a^{-\frac57}}{2\cdot a^{-\frac17}}\right)^{-7}=0,25:\left(\frac{a^{(\frac12\cdot(-7))}\cdot a^{(-\frac57\cdot(-7))}}{2^{-7}\cdot a^{(-\frac17\cdot(-7))}}\right)=0,25:\left(\frac{a^{-3,5}\cdot a^{5}}{2^{-7}a}\right)=0,25:\left(\frac{a^{(5-3,5)}}{a}\cdot2^7\right)=$

$=0,25:(2^7\sqrt a)=0,25:(128\sqrt a)=2^{-9}/\sqrt a$. Так как сущ-ует $a^{\frac12}$, то $a\geq0$.

$=\frac{1}{2^9}$

$\sqrt a^{\,3}=2^{-9}$

$a=2^{-3}=0,125$

Ответ 0,125

1

4. Рассмотрим гр. ф. $y = \dfrac{(x^2-10x+21)(x-6)}{x-7}$ $\boxed{x \neq 7}$

$$y = \frac{(x^2-10x+21)(x-6)}{x-7} = \frac{(x-3)(x-7)(x-6)}{x-7} = x^2-9x+18 \text{ — парабола}$$

$D(y) = R / \{7\}$

$y = b$ — прямая, параллельная OX $\Rightarrow$ иметь одну точку пересеч. со вторым графиком (параболой) он будет иметь в самой ~~верх~~ нижней точке параболы, так как ее ветви направлены вверх вследствии ее положительного первого коэффициента $(1>0)$.

$x^2-9x+18 = (x-4,5)^2-4,5^2+18 = (x-4,5)^2-2,25$

$y = (x-4,5)^2-2,25$.

$-4,5$ — это смещение графика ~~вдоль~~ направо на $4,5$ ед.

$-2,25$ — это его смещение вниз на $2,25$ ед., т.е. это и есть нижняя точка параболы с которой и должен совпадать параметр b. $\Rightarrow y = -2,25 = b$

$b = -2,25$ не учтено, что $x \neq 7$

Ответ: $-2,25$.

7. $\left|1+y-\sqrt{y^2-2xy+x^2}\right| + (y^2-6y+x^2-17)^2 = 0$

$\sqrt{y^2+x^2-2yx} = |x-y|$

$\left|1+y-\sqrt{y^2-2xy+x^2}\right| \geq 0$, $(y^2-6y+x^2-17)^2 \geq 0$, т.е. все выражения равны нулю при отдельно $\left|1+y-\sqrt{y^2-2xy+x^2}\right| = 0$ и $(y^2-6y+x^2-17)^2 = 0$

$\begin{cases} y^2-6y+x^2-17=0 \\ 1+y-|x-y|=0 \end{cases}$

при $x \geq y$: $\begin{cases} 1+y-x+y=0 \\ y^2-6y+x^2-17=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2y+1 \\ y^2-6y+(2y+1)^2-17=0 \end{cases}$ $\begin{cases} 5y^2-2y-16=0 \\ x=2y+1 \\ \cancel{y \geq 0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=3 \end{cases}$

при $x<y$: $\begin{cases} 1+y+x-y=0 \\ y^2-6y+x^2-17=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ y^2-6y+0-16=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ y=8 \end{cases}$

?

Ответ: $(3;1)$, $\boxed{(-1;8)}$ верно!

ШИФР 10512

5. $\overline{СПОРТ} : 2 = \overline{КРОСС} \Leftrightarrow \overline{КРОСС} \cdot 2 = \overline{СПОРТ}$

Рассмотрим последние 2 буквы слова 'КРОСС'. Они одинаковы, а следовательно, если $С<5$, то при умножении $\overline{СС}$ на 2 получатся две одинаковые буквы ($22\cdot2=44$), когда в слове $\overline{СПОРТ}$ $Р\neq Т$, т.е. $С\geq5$. В случае, когда $С\geq5$ при умножении слова $\overline{КРОСС}$ на 2 в 3-ий разряд прибавляется 1. ~~($\overline{XYZ55}$ ×2 =~~. Остается найти такое 'О', которое при умножении на 2 и сложении с единицей даст в своем разряде то же самое 'О'. $1\cdot1+1\neq1$; $2\cdot2+1\neq2$; … $9\cdot9+1=19$, т.е. $О=9$.

Остается перебирать 'С' от 5 до 8, т.к. в случае, когда $С=9$, $О=9$, т.е. $С=О$, что не допускается.

$С=5$: $Т=0$; $Р=1$; $О=9$; $П=3$, но не получается найти 'К':

$$\begin{array}{r} ?1955 \\ 2 \\ \hline 53910 \end{array}$$

Т.е. $С\neq5$.

$С=6$: $Т=2$; $Р=3$; $О=9$; $П=7$; $К=3$. Но $К\neq Р \Rightarrow С\neq6$:

$$\begin{array}{r} \times\ 33966 \\ 2 \\ \hline 67932 \end{array}$$

$С=7$: $Т=4$; $Р=5$; $О=9$; $П=7$; $К=3$. Подходит!:

$$\begin{array}{r} \times\ 35977 \\ 2 \\ \hline 71954 \end{array}$$

$С=8$: $Т=6$; $Р=7$; $О=9$; $П=5$; 'К' не находится. Значит $С=7$,

$$\begin{array}{r} \times\ ?7988 \\ 2 \\ \hline 85976 \end{array}$$

$\overline{СПОРТ}=71954$, а $\overline{КРОСС}=35977$

Ответ: 71954; 35977.

8. $\dfrac{4x}{x^2+x+3} - \dfrac{4x}{x^2-5x+3} = -1{,}5$ Пусть $x^2+3=y$. Тогда:

$$\frac{4x(y-5x-y+1x)}{(y+x)(y-5x)} = -1{,}5 \Leftrightarrow +24x^2 = 1{,}5y^2-6xy-7{,}5x^2 \Leftrightarrow 1{,}5y^2-6xy-31{,}5x^2=0 \ \Big|:x^2\ (x\neq0)$$

$1{,}5\dfrac{y^2}{x^2} - 6\dfrac{y}{x} - 31{,}5 = 0$ Пусть $z=\dfrac{y}{x}$. Тогда

$1{,}5z^2-6z-31{,}5=0$

$z=\dfrac{6\pm\sqrt{225}}{3}=2\pm5$

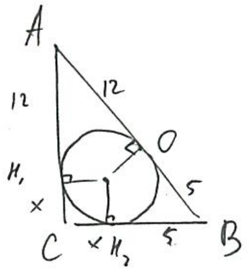
$z=7 \Leftrightarrow \dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{7} \Leftrightarrow \begin{cases} y=7x \\ x^2+3=y \end{cases}$ $x^2-7x+3=0$ $x_{12}=\dfrac{7\pm\sqrt{49-12}}{2}$ $\underline{x_1+x_2=7}$

$z=-3 \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3x \\ x^2+3=y \end{cases}$ $x^2+3x+3=0$ $D<0$ Ответ: 7

9. Дано:
$\triangle ABC$ - пр-уг,
$AO = 12$ см;
$OB = 5$ см;

AC - ?, BC - ?

Р-ие:
Касат., проведенные к окр. из одной точки равны, тогда
$AH_1 = AO = 12$; $BH_2 = BO = 5$



По т. Пифагора: $AC^2 + BC^2 = AB^2 \Leftrightarrow (12+x)^2 + (x+5)^2 = 17^2$

$2x^2 + 34x + 169 = 289$

$2x^2 + 34x - 120 = 0$

$x^2 + 17x - 60 = 0$

$x = \frac{-17 \pm \sqrt{289+240}}{2} = \frac{-17 \pm 23}{2}$

$x = 3 \Rightarrow AC = 12 + x = 15$; $BC = 5 + x = 8$

Ответ: 15; 8.

10.

x - доля фосфора в первоначальной смеси

	Фосфор	Масса
I.	$5x$	5 кг
II. Отлили 2 кг	$3x$	3 кг
III Добавили 2кг · 0,15	$3x + 2 \cdot 0{,}15$ кг	5 кг
IV Отлили 2 кг	$(3x + 0{,}3) \cdot \frac{3}{5}$	3 кг
V Добавили 2 кг · 0,15	$1{,}8x + 0{,}18 + 0{,}3$	5 кг

$\omega = \frac{\text{Фосфор}}{\text{Масса}} \Leftrightarrow 0{,}24 = \frac{(1{,}8x + 0{,}48)\text{кг}}{5\text{ кг}}$

$1{,}8x \cdot \text{кг} = 1{,}2\text{кг} - 0{,}48\text{кг} = 0{,}72\text{ кг}$

$x = \frac{0{,}72}{1{,}8} = 0{,}4$

Ответ: 40%