ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 8660

Класс 10 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	3	5	0	8	7	5	15	10	0	58	пятьдесят восемь	Безр-

(1) $(x^2+2x+2)(x^2+2x-2)=5.$

$[(x+1)^2+1][(x+1)^2-3]=5.$

$(x+1)^2=t \Rightarrow (t+1)(t-3)=5 \Rightarrow t^2-3t+t-3=5. \Rightarrow t^2-2t-8=0.$

$D_1=1+8=3^2 \Rightarrow t_{1,2}=\frac{1\pm3}{1}=4;-2.$

$(x+1)^2=4. \quad ; (x+1)^2\neq-2. \Rightarrow$

$x^2+2x+1-4=0 \Rightarrow x^2+2x-3=0$

$D_1=1+3=2^2$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm2}{1}=1;-3.$ Ответ: $x_1=1, x_2=-3.$

(2) $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x}$ ОДЗ

$2x+1+x-3+2\sqrt{(2x+1)(x-3)}=4x$

$x+2=2\sqrt{(2x+1)(x-3)} \Rightarrow x^2+4x+4=4(2x^2-6x+x-3) \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+4x+4=8x^2-20x-12. \Rightarrow 7x^2-24x-16=0$

$D_1=144+112=256=16^2$

$x_{1,2}=\frac{12\pm16}{7}=4;-\frac{4}{7}.$

Ответ: $x_1=4$, ~~$x_2=-\frac{4}{7}$.~~

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

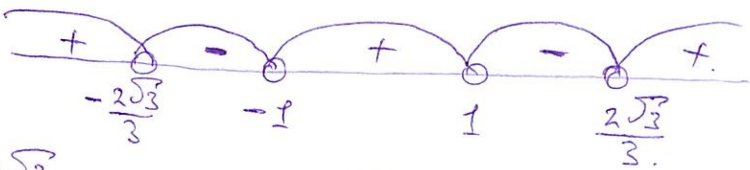
ШИФР 8660

(3). $\frac{x^2-2}{x^2-1} < -2 \Rightarrow \frac{x^2-2}{x^2-1}+2<0 \Rightarrow \frac{x^2-2+2x^2-2}{x^2-1}<0 \Rightarrow \frac{3x^2-4}{x^2-1}<0$

$3x^2-4=0$ $\qquad$ $x^2-1=0$

$x^2=\frac{4}{3} \Rightarrow x=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}.$ $\qquad$ $x=\pm1.$

$\sqrt{3}\approx1{,}7. \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3}\approx1{,}1. \Rightarrow$



$1{,}05^2=1{,}1025. \Rightarrow x\in\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};-1\right)\cup\left(1;\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

Ответ: $x\in\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};-1\right)\cup\left(1;\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

(6). A, B, C $\qquad$ $A:B:C=$ ~~[illegible]~~ $4:3:6$

$A'=A+4$

$B'=B+5 \Rightarrow 4+5+6=7\frac{9}{13}\% \Rightarrow 1\%=15:\frac{100}{13} \Rightarrow 1\%=\frac{15\cdot13}{100} \Rightarrow$

$C'=C+6$

$\Rightarrow 100\%=15\cdot13=195. \Rightarrow 3x+4x+6x=195.$

$13x=195 \Rightarrow x=15. \Rightarrow$ $\left.\begin{aligned} A'&=4\cdot15+4=64\\ B'&=3\cdot15+5=50\\ C'&=6\cdot15+6=96.\end{aligned}\right\}$

Ответ: На счету A 64 ден., на счету $B=50$ ден, на счету $C=96$ ден.

(5).

$4^x>4-3\cdot2^x.$

$(2^x)^2>4-3\cdot2^x,\ 2^x=t \xrightarrow{t>0} t^2+3t-4>0.$

$D=9+16=5^2$

$t_{1,2}=\frac{-3\pm5}{2}=-4;1 \Rightarrow 2^x\neq-4$

$t\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$ $\qquad$ $2^x=1\Rightarrow x=0 \Rightarrow x\in(0;+\infty)$

Ответ: $x\in(0;+\infty)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 8660

7. $b_5+b_9=6$, $b_1=1$

$b_n=b_1q^{n-1} \Rightarrow b_1q^4+b_1q^8=6.$

$q^4=t \Rightarrow t^2+t=6$

$D=5^2$

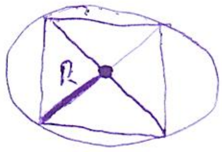
$t_{1,2}=\frac{-1\pm5}{2}=-3;\ 2.$

$q=\sqrt[4]{2}.$

$S=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1} \Rightarrow S_{30}=\frac{b_1(q^{30}-1)}{q-1} \Rightarrow S_{30}=\frac{2^{\frac{30}{4}}-1}{2^{\frac{1}{4}}-1}.$

8. $R=10$

$S_o=2S_\square$



$S_o=\pi R^2$ $S_\square=ab.$

$a^2+b^2=(2R)^2$

$a=\sqrt{4R^2-b^2} \Rightarrow \pi R^2=2(\sqrt{4R^2-b^2})\cdot b \Rightarrow$

$\Rightarrow (\pi R^2)^2=4(4R^2-b^2)\cdot b^2 \Rightarrow \pi^2R^4=16R^2b^2-4b^4.$

$b^2=t \Rightarrow \pi^2R^4=16R^2t-4t^2 \Rightarrow 4t^2-16R^2t+\pi^2R^4=0$

$D_1=64R^4-4\pi^2R^4=4R^4(16-\pi^2).$

$t_{1,2}=\frac{8R^2\pm2R^2\sqrt{16-\pi^2}}{4} \Rightarrow t=2R^2+\frac{R^2}{2}\sqrt{16-\pi^2}$

$\boxed{b=R\sqrt{2+\frac{1}{2}\sqrt{16-\pi^2}}}$

$\pi R^2=a\cdot R\sqrt{2+\frac{1}{2}\sqrt{16-\pi^2}}$

$\boxed{a=\frac{\pi R}{\sqrt{2+\frac{1}{2}\sqrt{16-\pi^2}}}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ШИФР 8660

9.

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases} \qquad \cos y = \frac{-\sqrt{3}}{4\sin x} \Rightarrow \qquad \sin x = \frac{-\sqrt{3}}{4\cos y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{4\cos y} + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{4} + \cos^2 y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}\cos y \quad , \cos y = t.$$

$$t^2 - \frac{1-\sqrt{3}}{2}t - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0.$$

$$D = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \sqrt{3} = \underbrace{\frac{1-2\sqrt{3}+3}{4} + \sqrt{3}}_{\text{упростить!}} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = $$

$$= 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$t_{1,2} = \frac{\frac{1-\sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}}{2}$$

$$t = \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{4} \pm \frac{\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}}{2}$$

$$y = \arccos \frac{1-\sqrt{3}}{4} \pm \frac{\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}}{2} + 2\pi n.$$

$$\sin x + \frac{1-\sqrt{3}}{4} \pm \frac{\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}}{2} \Rightarrow x = \arcsin \frac{1-\sqrt{3}}{2} \pm \frac{\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}}{2} + 2\pi n.$$