



ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР

2763

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

[illegible][illegible][illegible]

Номер варианта	6		
----------------	---	--	--

ШИФР

2763

Класс 10 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	5	10	15	20	90	восемьдесят девять	<i>[Signature]</i>

№1

$$\underbrace{(x^2+2x+2)}_x \cdot \underbrace{(x^2+2x-2)}_y = 5$$

$$(x+y)(x-y) = (x^2-y^2)$$

$$(x^2+2x)^2 - 4 = 5$$

$$(x^2+2x)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x^2+2x=3 \\ x^2+2x=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+2x-3=0 \\ x^2+2x+3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

(2<0)

Ответ: $-3; 1$

№2

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$
 $x \geq 0$

$$2\sqrt{x} - \sqrt{x-3} = \sqrt{2x+1}$$

$$4x + x - 3 - 4\sqrt{x^2-3x} = 2x+1$$

$$4\sqrt{x^2-3x} = 3x-4$$

$$16(x^2-3x) = 9x^2-24x+16$$

$$16x^2-48x = 9x^2-24x+16$$

$$7x^2-24x-16=0$$

$$\frac{D}{4} = 144+112 = 256$$

$$x = \frac{12 \pm 16}{7}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=-\frac{4}{7} \end{cases}$$

не юз одз

Ответ: 4

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

2763

W9

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

Пусть $\sin x = a, \cos y = b$

$$\begin{cases} a + b = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ ab = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

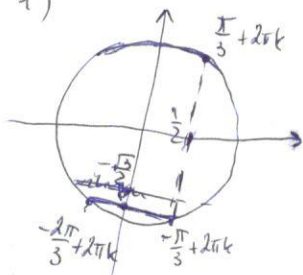
$$\begin{cases} a - \frac{\sqrt{3}}{4b} + b = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \quad | \cdot 4b \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4b} \end{cases} \quad \begin{cases} -\sqrt{3} + 4b^2 = 2b(1-\sqrt{3}) \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b^2 - 2b(1-\sqrt{3}) - \sqrt{3} = 0 \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4b} \end{cases}$$

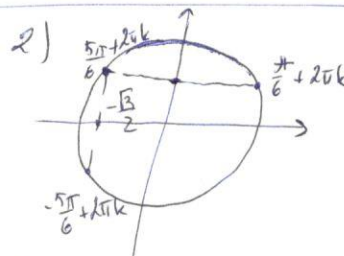
$$\begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

1)



$$\begin{aligned} y &= \frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ или } y = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x &= -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \text{ или } x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{aligned}$$

$k \in \mathbb{Z}$



$$\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ или } x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \\ y &= \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \text{ или } y = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{aligned} \quad k \in \mathbb{Z}$$

W10

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{20 - \sqrt{392}} = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = \\ & = \sqrt[3]{(2 + \sqrt{2})^3} + \sqrt[3]{(2 - \sqrt{2})^3} = 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4 \end{aligned}$$

$$(2 + \sqrt{2})^3 = 8 + 12\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2} = 20 + 14\sqrt{2}$$

Ответ: 4

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

2763

√3

$$\frac{x^2-2}{x^2-1} < -2$$

$$\frac{x^2-2}{x^2-1} + 2 < 0$$

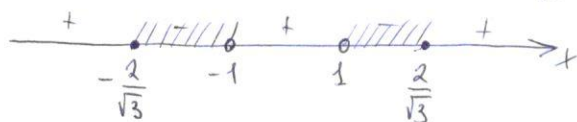
$$\frac{x^2-2+2x^2-2}{x^2-1} < 0$$

$$\frac{3x^2-4}{x^2-1} < 0$$

$$3x^2-4=0$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

$$x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$



Ответ: $[-\frac{2}{\sqrt{3}}; -1) \cup (1; \frac{2}{\sqrt{3}}]$ ⊕

√4

$$\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = 2 - \log_4(\frac{16}{3})$$

$$\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = \log_4 16 - \log_4(\frac{16}{3})$$

$$\log_4(2x^2+x-3) = \log_4(\frac{16}{3} \cdot 3)$$

$$\log_4(2x^2+x-3) = \log_4 3$$

$$2x^2+x-3=3$$

$$2x^2+x-6=0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{4}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-2}{3} \text{ не } \text{ог} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{3}{2}$ ⊕

$$\text{огз: } \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

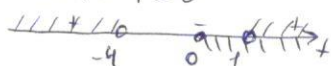
№5

$$4^x > 4 - 3 \cdot 2^x$$

$$2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 4 > 0$$

$$t = 2^x; t > 0$$

$$t^2 + 3t - 4 > 0$$



$$t > 1$$

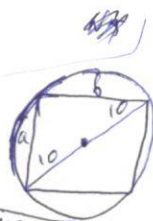
$$2^x > 1$$

$$2^x > 2^0$$

$$x > 0$$

$$\text{Отв.: } x \in (0; +\infty)$$

+



$$a = \sqrt{400 - b^2}$$

Диаметр окр-ти - диаметр крестоу.

$$S_{\text{окр}} = \pi R^2 = 3,14 \cdot 100 = 314 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S_{\text{крест}} = \frac{S_{\text{окр}}}{2} = 157 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$ab = 157$$

$$\sqrt{400 - b^2} \cdot b = 157$$

$$(400 - b^2) \cdot b^2 = 24649$$

$$b^2 - 400b^2 + 24649 = 0$$

$$a > 0 \begin{cases} a = \sqrt{200 + \sqrt{15351}} \\ b = \sqrt{200 - \sqrt{15351}} \end{cases}$$

$$a = \sqrt{200 - \sqrt{15351}} \\ b = \sqrt{200 + \sqrt{15351}}$$

то есть и то же.

$$\text{Итак, ответ: } \sqrt{200 - \sqrt{15351}} \text{ и } \sqrt{200 + \sqrt{15351}} \text{ см}$$

$$D = 40000 - 24649 = 15351$$

$$\begin{cases} b^2 = 200 + \sqrt{15351} \\ b^2 = 200 - \sqrt{15351} \end{cases} \Rightarrow a^2 = 200 - \sqrt{15351}$$

Одинаковые
члены

+

№6

$$A : B : C = 4 : 3 : 6$$

$$4x : 3x : 6x \text{ всего } 13x - 100\%$$

$$(4x+4) + (3x+5) + (6x+6) = 13x + 15 - \text{во 2 круга} \\ - 10 \times \frac{9}{13} \%$$

$$\Rightarrow \frac{13x + 15 - 13x}{15} = \frac{100\%}{13} \cdot 10 \times \frac{9}{13} \% - 100\% = \frac{100\%}{13}$$

$$y = 100\%$$

$$y = \frac{15 \cdot 100\%}{100\%} \cdot 13 = 195 \quad x = 15 \text{ в 1 круге}$$

$$A : B : C = 4 : 3 : 6 \Rightarrow 60 : 45 : 90 \text{ по кругу}$$

$$\text{во 2 круга } A - 60 + 4 = 64$$

$$B - 45 + 5 = 50$$

$$C - 90 + 6 = 96$$

$$\text{Ответ: } 64; 50; 96 \text{ человек}$$

+

№7

$$b_1 = 1$$

$$q > 0$$

$$b_5 + b_9 = 6 \Rightarrow b_1 \cdot q^4 + b_1 \cdot q^8 = 6$$

$$q^4 + q^8 - 6 = 0$$

$$\begin{cases} q^4 = -3 \text{ не } q > 0 \\ q^4 = 2 \end{cases}$$

$$q = 2^{\frac{1}{4}} \quad (q > 0)$$

$$S_{13} = \frac{b_1(1-q^{13})}{1-q} = \frac{1 \cdot (1-2^{\frac{13}{4}})(1+2^{\frac{1}{4}})}{(1-2^{\frac{1}{4}})(1+2^{\frac{1}{4}})} = \frac{(1+2^{\frac{1}{4}}-2^{\frac{13}{4}}-2^{\frac{14}{4}})(1+2^{\frac{1}{4}})}{(1-2^{\frac{1}{4}})(1+2^{\frac{1}{4}})} = \frac{1+2^{\frac{1}{4}}+2^{\frac{1}{4}}+2^{\frac{3}{4}}-2^{\frac{13}{4}}-2^{\frac{15}{4}}-2^{\frac{3}{4}}-2^{\frac{5}{4}}}{-1}$$

$$= 16 + 8\sqrt{2} + 8\sqrt{8} + 8\sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 = 15 + 4\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1)$$

$$\text{Ответ: } 15 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{8} + 4\sqrt{2}$$

55