



ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР 2661

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

[illegible][illegible][illegible]

Номер варианта	5	
----------------	---	--

ШИФР 2661

Класс 10 Г

Вариант

Дата Олимпиады

Площадка написания

УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	58	25	58	58	58	108	88	158	0	208	45	семьдесят пять	<i>Д.Р.И.С.</i>

N1

$$(x+1)(x+3)(x+5) = x(x^2-9)$$

$$(x+1)(x+3)(x+5) - x(x-3)(x+3) = 0$$

$$(x+3)((x+1)(x+5) - x(x-3)) = 0$$

$$(x+3)(x^2+6x+5 - x^2+3x) = 0$$

$$(x+3)(9x+5) = 0$$

$$\begin{cases} x+3=0 \\ 9x+5=0 \end{cases} \begin{cases} x=-3 \\ x=-\frac{5}{9} \end{cases} \text{ Ответ: } -3; -\frac{5}{9}$$

+58

N3

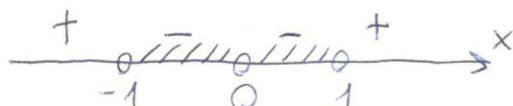
$$\frac{x^2+2}{x^2-1} < -2$$

$$\text{ОДЗ: } x^2-1 \neq 0 \\ x \neq \pm 1$$

$$\frac{x^2+2}{x^2-1} + 2 < 0$$

$$\frac{x^2+x+2x^2-x}{(x-1)(x+1)} < 0$$

$$\frac{3x^2}{(x-1)(x+1)} < 0$$



$$\text{Ответ: } (-1; 0) \cup (0; 1)$$

+58

N2

сн.б. отриц.?

$$\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} = 2$$

возведем в квадрат левую и правую части

ОДЗ?

$$22-x+10-x+2\sqrt{(22-x)(10-x)}=4$$

$$2\sqrt{(22-x)(10-x)} = -28+2x$$

$$\sqrt{(22-x)(10-x)} = x-14$$

(еще раз в квадрат)

$$(22-x)(10-x) = x^2-28x+196$$

$$220-32x+x^2 = x^2-28x+196$$

+25

$$24 = 4x \\ x = 6$$

Ответ: 6

$$\lg(x-13) + 3\lg 2 = \lg(3x+1)$$

$$\lg(x-13) + \lg 8 = \lg(3x+1)$$

$$\lg((x-13)8) = \lg(3x+1)$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 3x+1 > 0 \\ x-13 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{1}{3} \\ x > 13 \end{cases}$$

$$\boxed{x > 13}$$

$$8x-104 = 3x+1$$

$$5x = 105$$

$$x = 21 \text{ Ответ: } 21$$

+58

ШИФР 2661

№5

$$5^{2x+1} > 5^x + 4$$

$$5^{2x} \cdot 5 > 5^x + 4$$

$$5(5^x)^2 - 5^x - 4 > 0$$

$$5^x = t, t > 0$$

$$5t^2 - t - 4 > 0$$

$$a+b+c=0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=-\frac{4}{5} \end{cases} \otimes$$

$$5^x = 1 \Rightarrow x=0$$

$$5^x = 5^0 \Rightarrow x=0$$

Ответ: 0

№6

$$(x+4) + x + (x+7) = 119$$

$$3x = 108$$

$$x = 36 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \text{I)} & 36+4=40 \text{ см} \\ \text{II)} & 36 \text{ см} \\ \text{III)} & 36+7=43 \text{ см} \end{aligned}$$

Ответ: 40; 36; 43 человека.

№7

Имеется $b_1, b_2, b_3, \dots$ - прогрессия

тогда $b_2 = b_1 \cdot q$

$$S_1 = 3 = \frac{b_1}{1-q} \Rightarrow b_1 = 3-3q$$

$$S_2 = 4,5 = \frac{b_1^2}{1-q^2} \Rightarrow b_1^2 = 4,5 - 4,5q^2$$

$$\begin{cases} b_1^2 = 4,5 - 4,5q^2 \\ b_1 = 3-3q \end{cases} \Leftrightarrow (3-3q)^2 = 4,5 - 4,5q^2$$

$$\Rightarrow 9 - 18q + 9q^2 = 4,5 - 4,5q^2$$

$$18 - 36q + 18q^2 = 9 - 9q^2$$

$$27q^2 - 36q + 9 = 0$$

$$3q^2 - 4q + 1 = 0$$

$$a+b+c=0$$

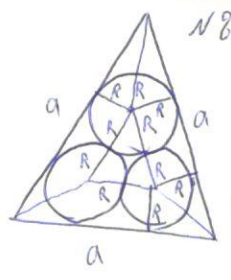
$$\begin{cases} q=1 \otimes \text{ (т.к. прогрессия убыв.)} \\ q=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Ответ: $q = \frac{1}{3}$

$$S_{\text{треугол.}} = \frac{a+2R}{2} \cdot R - S_{\text{треугол.}}$$

$$S_{\text{тр. равност.}} = \frac{(2R)^2 \sqrt{3}}{4} = R^2 \sqrt{3} - S_{\text{треугол.}}, \text{ наложенные в центре большого } \Delta$$

$$S = 4\sqrt{3} + 6 = \frac{2+2\sqrt{3}+2R}{2} \cdot R + R^2 \sqrt{3}$$



№8

Наименьшая площадь
будет возможно
при равносторонних
треугольниках (т.к.
радиус и высота совпадают).

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} + 6$$

$$a^2 = 16 + 8\sqrt{3}$$

$$a = 2 + 2\sqrt{3}$$

$$S = 3 S_{\text{треугол.}} + S_{\text{тр. равност.}}$$

ШИФР 2661

№8 (продолжение)

$$(6 + 6\sqrt{3} + 6R)R + 2R^2\sqrt{3} = 8\sqrt{3} + 12$$

$$6R + 6\sqrt{3}R + 6R^2 + 2R^2\sqrt{3} = 8\sqrt{3} + 12$$

$$R^2(6 + 2\sqrt{3}) + R(6 + 6\sqrt{3}) - (8\sqrt{3} + 12) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (3 + 3\sqrt{3})^2 + (6 + 2\sqrt{3})(8\sqrt{3} + 12) =$$

$$= 9 + 18\sqrt{3} + 27 + 48\sqrt{3} + 72 + 48 + 24\sqrt{3} = 90\sqrt{3} + 156 = (9 + 5\sqrt{3})^2$$

$$R = \frac{-3 - 3\sqrt{3} \pm (9 + 5\sqrt{3})}{6 + 2\sqrt{3}} \left[\begin{array}{l} R = \frac{-3 - 3\sqrt{3} - 9 - 5\sqrt{3}}{6 + 2\sqrt{3}} \quad \text{так } R < 0 \\ R = \frac{-3 - 3\sqrt{3} + 9 + 5\sqrt{3}}{6 + 2\sqrt{3}} \end{array} \right]$$

$$R = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6 + 2\sqrt{3}} = 1$$

+158

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{3}{4} \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = 3 \end{cases}$$

№9

так это симметрическое уравнение

$$\left. \begin{array}{l} \sin x = \sin y \\ \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \end{array} \right\} \Rightarrow x = y$$

Ответ: 1
то

$$\begin{cases} \sin^2 x = \frac{3}{4} \\ \operatorname{tg}^2 x = 3 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \\ \operatorname{tg} x = -\sqrt{3} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 60^\circ \\ x = -60^\circ \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 60^\circ \\ y = 60^\circ \\ x = -60^\circ \\ y = -60^\circ \end{array} \right]$$

е

Ответ: $(60^\circ, 60^\circ); (-60^\circ, -60^\circ)$

$$\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = x \quad \text{№10}$$

$$9 + \sqrt{80} + 9 - \sqrt{80} + 3(\sqrt[3]{(9 + \sqrt{80})^2(9 - \sqrt{80})} + \sqrt[3]{(9 - \sqrt{80})^2(9 + \sqrt{80})}) = x^3$$

$$18 + 3(\sqrt[3]{(81 - 80)(9 + \sqrt{80})} + \sqrt[3]{(81 - 80)(9 - \sqrt{80})}) = x^3$$

$$18 + 3(\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}) = x^3$$

$$18 + 3x = x^3$$

$$x^3 - 3x - 18 = 0$$

1	0	-3	-18
3	1	3	6
			0

$$x^2 + 3x + 6 = 0$$

$$D = 9 - 6 \cdot 4 < 0 \Rightarrow x = 3$$

Ответ: 3

+208