ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР 2735

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА

Фамилия	ГАЛЛЯМОВА
Имя	АНЖЕЛИКА
Отчество	АЙРАТОВНА

№ школы	83
Населенный пункт	УФА

Номер варианта	006

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2735

Класс 10 **Вариант** 6 **Дата Олимпиады** 11.02.17

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5б	5б	5б	5б	10б	~~10б~~	—	—	8б	~~2б~~	48б +20б	~~одна~~ восемь ~~два~~	

68 шестьдесят восемь (пропустила № 10)

1. $(x^2+2x+2)(x^2+2x-2)=5$

$x^2+2x=t$

$(t+2)(t-2)=5$

$t^2-2t+2t-4=5$

$t^2-9=0$

$t^2=9$

$t=\pm 3$

$\left[\begin{array}{l} x^2+2x=3 \\ x^2+2x=-3 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2+2x-3=0 \\ x^2+2x+3=0 \end{array}\right.$ $\frac{D}{4}=1+3=4$ $D<0$ $x=-1\pm 2$ $\left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \end{array}\right.$

+5б

Ответ: $-3;\ 1$

2. $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x}$ ОДЗ: $\left\{\begin{array}{l} x\geq 0 \\ x-3\geq 0 \\ 2x+1\geq 0 \end{array}\right.$ $x\geq 3$

$2x+1+2\sqrt{(2x+1)(x-3)}+x-3=4x$

$2\sqrt{2x^2-5x-3}=x+2$

$4(2x^2-5x-3)=x^2+4x+4$

$8x^2-20x-12=x^2+4x+4$

$7x^2-24x-16=0$

$\frac{D}{4}=144-7(-16)=256$

$x=\frac{12\pm 16}{7}$

$\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-\frac{4}{7} \text{ не уд. ОДЗ} \end{array}\right.$

+5б

Ответ: 4

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2735

3. $\frac{x^2-2}{x^2-1} < -2$

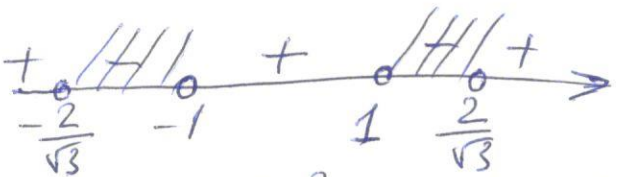
$\frac{x^2-2+2x^2-2}{x^2-1} < 0$

$\frac{3x^2-4}{x^2-1} < 0$

$3x^2 = 4$

$x^2 = \frac{4}{3}$

$x = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$



Ответ: $\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; -1\right) \cup \left(1; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

+5б

4. $\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = 2 - \log_4\left(\frac{16}{3}\right)$ ОДЗ: $\begin{cases} 2x+3>0 \\ x-1>0 \end{cases}$

$x > 1$

$\log_4(2x+3)(x-1) = \log_4 16 - \log_4\left(\frac{16}{3}\right)$

$\log_4(2x^2+x-3) = \log_4\left(16 \cdot \frac{3}{16}\right)$

$\log_4(2x^2+x-3) = \log_4 3$

$2x^2+x-3 = 3$

$2x^2+x-6 = 0$

$D = 1 - 4 \cdot 2(-6) = 49$

$x = \frac{-1 \pm 7}{4}$ $\begin{cases} x = -2 \text{ не уд. ОДЗ} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$

+5б

Ответ: $\frac{3}{2}$

5. $4^x > 4 - 3 \cdot 2^x$

$2^{2x} > 4 - 3 \cdot 2^x$

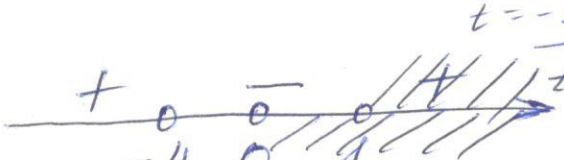
$2^x \cdot 2^x > 4 - 3 \cdot 2^x$

$2^x = t, \; t > 0$

$t^2 > 4 - 3t$

$t^2 + 3t - 4 > 0$ $D = 9 - 4(-4) = 25$

$t = \frac{-3 \pm 5}{2}$ $\begin{cases} t = -4 \\ t = 1 \end{cases}$



$t > 1$

$2^x > 1$

$2^x > 2^0$

$x > 0$

Ответ: $(0; +\infty)$

10б.

6.

	планировалось	в действит.
A	$4x$	$4x+4$
B	$3x$	$3x+5$
C	$6x$	$6x+6$
всего	$13x$	$13x+15$

$$\begin{array}{r} 107 \\ \times\ 13 \\ \hline 321 \\ +\ 107 \\ \hline 1391 \end{array}$$

$13x - 100\%$

$y - 107\frac{9}{13}\%$

$$y = \frac{13x \cdot 107\frac{9}{13}}{100} = \frac{13x \cdot 1400}{1400} = \frac{13x \cdot \frac{1400}{13}}{100} = 14x$$

$14x = 13x + 15$

$x = 15$

+10 б

Ответ: A – 64 гел; B – 50 гел; C – 96 гел.

9. $\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{4\sin x} = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4\sin x} \end{cases}$ $\left| \begin{array}{l} \sin x = m \\ \cos y = n \end{array} \right.$

$\begin{cases} m - \frac{\sqrt{3}}{4m} = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{4m} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{4m^2-\sqrt{3}}{4m} = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{4m} \end{cases}$ $\begin{cases} 8m^2 - 2\sqrt{3} = 4m - 4\sqrt{3}m \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{4m} \end{cases}$

$\begin{cases} 8m^2 - 4m + 4\sqrt{3}m - 2\sqrt{3} = 0 \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{4m} \end{cases}$ $\begin{cases} 8m^2 + (-4m + 4\sqrt{3})m - 2\sqrt{3} = 0 \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{4m} \end{cases}$

$\frac{D}{4} = (2\sqrt{3}-2)^2 - 8(-2\sqrt{3}) = 12 - 8\sqrt{3} + 4 + 16\sqrt{3} = 16 + 8\sqrt{3} = (2+2\sqrt{3})^2$

$m = \frac{-(2\sqrt{3}-2) \pm (2+2\sqrt{3})}{8}$

$9 + \sqrt{80}$

$\begin{cases} m = \frac{-2\sqrt{3}+2+2+2\sqrt{3}}{8} \\ m = \frac{-2\sqrt{3}+2-2-2\sqrt{3}}{8} \end{cases}$ $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2 \end{cases}$ $\begin{cases} m = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \end{cases}$ $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} m = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos y = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin\frac{1}{2} \\ y = \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ y = \arccos\frac{1}{2} \end{cases}$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Ответ: $(30; 150), (30; -150), (-60; 60), (-60; 60)$

$\begin{cases} x = 30 \\ y = 150 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 30 \\ y = -150 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -60 \\ y = 60 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -60 \\ y = -60 \end{cases}$

± 80

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 2735

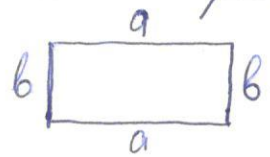
10. $\sqrt[3]{20+\sqrt{392}}+\sqrt[3]{20-\sqrt{392}}=\sqrt[3]{(2+\sqrt{2})^3}+\sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3}=$

$=2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=4$

$\sqrt{392}=14\sqrt{2}$

+ 2 б

8. Вокруг прямоугольника описана окружность => сумма противоположных сторон равны



$2b \neq 2a$

$a=b$ => прямоугольник является квадратом.

$S_{кр}=\pi r^2=100\pi$

$a^2=50\pi$

$a=5\sqrt{2\pi}$

Ответ: $5\sqrt{2\pi}$

−