ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

(ab)c=a(bc) $E=mc^2$

Приемная комиссия

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР 12031

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА

Фамилия	ГАНЕЕВ
Имя	РУСЛАН
Отчество	МАРАТОВИЧ

№ школы	ШКОЛА 8
Населенный пункт	ГОРОД ОКТЯБРЬСКИЙ

Номер варианта	5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12031

Класс 11 Вариант 5 Дата Олимпиады 11.02.2017.

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	5	5	10	10	8	0	10	20	78	семьдесят восемь	[illegible]

1. $(x+1)(x+3)(x+5)=x(x^2-9)$,

$(x+1)(x+3)(x+5)-x(x-3)(x+3)=0$,

$(x+3)((x+1)(x+5)-x(x-3))=0$,

$x+3=0 \qquad x^2+6x+5-x^2+3x=0$

$x=-3 \qquad 9x=-5$

$x=-\frac{5}{9}$ Ответ: $x=-3$; $x=-\frac{5}{9}$. +

2. $\sqrt{22-x}-\sqrt{10-x}=2$,

$\sqrt{22-x}=2+\sqrt{10-x}$, Возведём обе стороны во 2-ую степень, $x\leq 10$

$22-x=4+4\sqrt{10-x}+10-x$,

$8=4\sqrt{10-x}$,

$2=\sqrt{10-x}$, Возведём во 2 степень обе стороны,

$4=10-x$,

$x=6$. +

Ответ: $x=6$.

3. $\frac{x^2+2}{x^2-1}<-2$,

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12031

$\frac{x^2+2}{x^2-1}+2<0,$

$\frac{x^2+2+2x^2-2}{x^2-1}<0,$

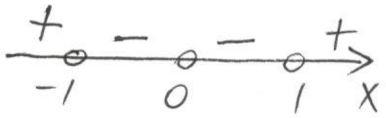
$\frac{3x^2}{x^2-1}<0.$

$x^2-1\neq 0.$

$x\neq \pm 1.$

$3x^2=0,$

$x=0.$



$x\in(-1;0)\cup(0;1).$ Ответ: $x\in(-1;0)\cup(0;1).$

+

4. $\lg(x-13)+3\lg 2=\lg(3x+1),$

$\lg(x-13)+\lg 8=\lg(3x+1),$

$\lg(8(x-13))=\lg(3x+1),$

$8(x-13)=3x+1,$

$8x-104=3x+1,$

$5x=105,$

$x=21.$

+

Ответ: $x=21.$

5. $5^{2x+1}>5^x+4,$

$5\cdot 5^{2x}-5^x-4>0,$

Пусть $5^x=t$, $t>0$, тогда:

$5t^2-t-4>0,$

$5t^2-t-4=0,$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12031

$D=(-1)^2+80=81$

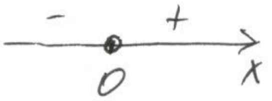
$t_1=\frac{1+9}{10}=1 \qquad t_2=\frac{1-9}{10}=-0{,}8$

t_2 не удовлетворяет условию: $t>0$.

$5^x=1,$

$x=0.$

(+)



$x\in(0;+\infty)$ Ответ: $x\in(0;+\infty)$

6. Пусть во 2-ом корпусе живёт x человек, тогда в первом живёт $(x+4)$ человека, а в третьем $(x+4+3)$ человека. По условию, всего 119 ~~ж~~ человек, получаем уравнение:

$x+(x+4)+(x+7)=119,$

$3x+11=119,$

$3x=108,$

$x=36.$

Значит, во 2 корпусе живёт 36 человек, тогда в первом будет $(36+4=40)$ человек, а в третьем $(36+7=43)$ человека.

Ответ: в первом корпусе – 40 чел.

во втором корпусе – 36 чел. (+)

в третьем корпусе – 43 чел.

7. Сумма беск. убывающей геом. прогрессии считается по формуле: $S=\frac{b_1}{1-q}$, где b_1 – это первый член прогрессии, а q – знаменатель прогрессии. По условию сумма была равна трём, тогда

$3=\frac{b_1}{1-q} \Rightarrow b_1=3-3q. \Rightarrow b_1^2=9-18q+9q^2\ (1)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

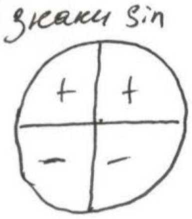
$c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

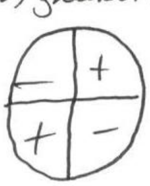
ШИФР 12031

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{3}{4} \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 3 \end{cases}$$

а) знаки sin



б) знаки tg.



Взглянув на систему становится понятно, что $x=y$, т.к. произведение двух чисел положительно тогда и только тогда, когда оба множителя либо строго положительны, либо строго отрицательны, взглянув на круги знаков для sin и tg делаем вывод о равенств x и y.

$$\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{3}{4} \\ \frac{\sin x \sin y}{\cos x \cos x} = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x \sin y = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4\cos x \cos y} = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x \sin y = \frac{3}{4} & (1 \\ \cos x \cos y = \frac{1}{4} & (2) \end{cases}$$

1) Сложим (1) и (2):

$\cos x \cos y + \sin x \sin y = 1,$

$\cos(x-y) = 1.$

2) Вычтем из (2) (1):

$\cos x \cos y - \sin x \sin y = -\frac{1}{2},$

$\cos(x+y) = -\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} \cos(x-y) = 1 \\ \cos(x+y) = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = 2\pi n, n \in Z \\ x+y = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in Z. \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2\pi n + y, n \in Z \\ 2y = \pm\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

±

?

$$\begin{cases} x = 2\pi n + y, n \in Z \\ y = \pm\frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

1) $x = y = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

2) $x = y = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: 1) $x = y = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $x = y = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$, ~~Ответ~~: 1) $x = y = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$; 2) $x = y = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12031

Сумма квадратов считается так: $S_{кв} = \frac{b_1^2}{1-q^2}$. По условию сумма квадратов будет равна 4,5, тогда:

$\frac{b_1^2}{1-q^2} = 4{,}5 \Rightarrow b_1^2 = 4{,}5 - 4{,}5q^2$ (2)

Приравняем уравнения (1) и (2):

$9 - 18q + 9q^2 = 4{,}5 - 4{,}5q^2$;

$13{,}5q^2 - 18q + 4{,}5 = 0, \quad | : 4{,}5$

$3q^2 - 4q + 1 = 0,$

$D = 16 - 12 = 4$

$q_1 = \frac{4+2}{6} = 1. \qquad q_2 = \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3},$

q_1 не удовлетворяет задаче, т.к. знаменатель бесконечно убывающей прогрессии должен быть строго меньше 1. Значит, q прогрессии равен $\frac{1}{3}$, тогда мы можем найти её первый член, для этого воспользуемся формулой суммы бесконечно убывающей прогрессии: $S = \frac{b_1}{1-q}$.

$b_1 = S(1-q),$

$b_1 = 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) = 3 - 1 = 2.$

Теперь зная первый член прогрессии и её знаменатель, мы сможем найти любой член этой прогрессии, пользуясь формулой $\boxed{b_n = b_1 \cdot q^{n-1}}$.

Ответ: $b_1 = 2$, $q = \frac{1}{3}$, $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

где прогрессия?

$\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}$.

$9+\sqrt{80}=4+2\sqrt{20}+5=(2+\sqrt{5})^2$

$9-\sqrt{80}=4-2\sqrt{20}+5=(2-\sqrt{5})^2$.

$(2+\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}+(2-\sqrt{5})^{\frac{2}{3}}$.

$(a+b)^3=x^3$,

$a^3+b^3+3ab(a+b)=x^3$,

$a+b=x$,

$a^3+b^3+3abx=x^3$

$a^3+b^3=18$,

$3ab=3$,

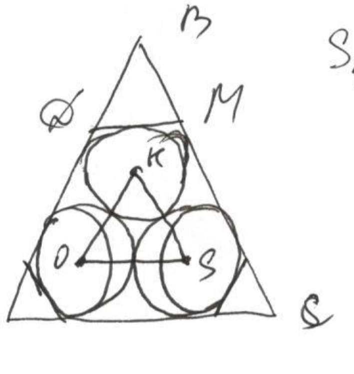
$18+3x=x^3$.

$x(x^2-3)=18$.

$x=3$. Ответ: $x=3$.

+

8.



$S_{ABC}=4\sqrt{3}+6$ (дм)^2

$S_{BDM}=\frac{6}{3}=2$.

$S_{BDM}=S_{KOS}=2$.

$S_{KOS}=\frac{r\sqrt{3}}{2}$

$\frac{r\sqrt{3}}{2}=2$,

$r=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: $r=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

−