


$$E=mc^2$$


ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР

2020

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

[illegible][illegible][illegible]

Номер варианта			6
----------------	--	--	---

ШИФР 2202

Класс 10 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	50	50	50	50	100	100	—	—	40	200	640	шестьсот сорок	

1. $(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x - 2) = 5$

$x^2 + 2x = t$

$(t+2)(t-2) = 5$

$t^2 - 4 = 5$; $t^2 = 9$; $\begin{cases} t=3 \\ t=-3 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + 2x = 3 \\ x^2 + 2x = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 0 \\ x^2 + 2x + 3 = 0 \end{cases}$

$D = 4 + 12 = 16 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 4}{2}$ $\begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$

$D = 4 - 12 < 0$

Ответ 1; -3 + 50

2. $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$

возведем обе части в квадрат.

$(2x+1) + 2\sqrt{(2x+1)(x-3)} + (x-3) = 4x$

$3x - 2 + 2\sqrt{2x^2 - 6x - 3} = 4x$

$2\sqrt{2x^2 - 6x - 3} = x + 2$; снова возведем обе части в квадрат

$4(2x^2 - 6x - 3) = x^2 + 4x + 4$

$8x^2 - 20x - 12 = x^2 + 4x + 4$

$7x^2 - 24x - 16 = 0$

$D = 576 + 448 = 1024$

$x = \frac{24 \pm 32}{14}$ $\begin{cases} x=4 \\ x=-\frac{8}{7} \end{cases}$ не ур. ОДЗ

ОДЗ: $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{ОДЗ: } x \geq 3$

50

Ответ 4.

~ 3

$$\frac{x^2-2}{x^2-1} < -2$$

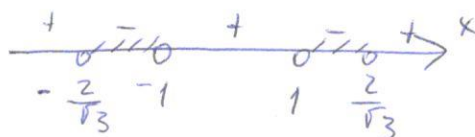
$$\frac{x^2-2}{x^2-1} + 2 < 0$$

$$\frac{x^2-2+2x^2-2}{x^2-1} < 0$$

$$\frac{3x^2-4}{x^2-1} < 0$$

$$\text{OD } 3: x^2-1 \neq 0$$

$$x^2 \neq 1; \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$$



$$3x^2-4=0; x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

откуда *

$$\frac{2}{\sqrt{3}} > 1$$

$$-\frac{2}{\sqrt{3}} < -1$$

$$\text{Ответ } \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; -1\right) \cup \left(1; \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

+ 50

~ 4

$$\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = 2 - \log_4\left(\frac{16}{3}\right)$$

$$\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = \log_4 16 - \log_4\left(\frac{16}{3}\right)$$

$$\log_4((2x+3)(x-1)) = \log_4\left(16 \cdot \frac{3}{16}\right)$$

$$\log_4(2x^2+x-3) = \log_4 3$$

$$2x^2+x-3 = 3$$

$$2x^2+x-6 = 0$$

$$D = 1+48 = 49$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{4}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -2 \text{ не уст. OD } 3 \end{cases}$$

$$\text{Ответ } \frac{3}{2}$$

+ 50

~ 5

$$4^x > 4 - 3 \cdot 2^x$$

$$2^{2x} > 4 - 3 \cdot 2^x$$

$$2^x = t, \quad t > 0$$

$$t^2 > 4 - 3t$$

$$t^2 + 3t - 4 > 0$$

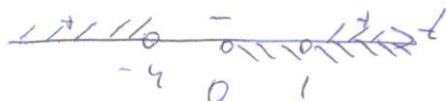
ШИФР 2702

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$t = -\frac{3 \pm 5}{2}$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=-4 \end{cases}$$

+105



$$t > 1$$

$$2^x > 1 ; x > 0$$

$$2^x > 2^0$$

Ответ $(0; +\infty)$

р.б. по плану в действит.

A $4x$ $4x+4$

B $3x$ $3x+5$

C $6x$ $6x+6$

Итого. 100% $(100 + \frac{100}{13})\%$

$$7 \frac{9}{13} = \frac{100}{13}$$

$$4x + 3x + 6x = 100\% ; 13x = 100 ; x = \frac{100}{13}\%$$

$$4x + 4 + 3x + 5 + 6x + 6 = 4x + 3x + 6x + 15$$

откуда видно, что 15 лишних чел.
это число $\frac{100}{13}\%$

$$x = 15$$

на A: $4 \cdot 15 + 4 = 64$ чел.

на B: $3 \cdot 15 + 5 = 50$ чел.

на C: $6 \cdot 15 + 6 = 96$ чел.

+105

Ответ 64; 50; 96.

р.10

$$\sqrt[3]{20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{20 - \sqrt{392}} = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(2 + \sqrt{2})^3} +$$

$$+ \sqrt[3]{(2 - \sqrt{2})^3} = 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4$$

так.

+105

Ответ 4.

$$\text{т.к. } (2 + \sqrt{2})^3 = 8 + 12\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2} = 20 + 14\sqrt{2}$$

$$(2 - \sqrt{2})^3 = 8 - 12\sqrt{2} + 12 - 2\sqrt{2} = 20 - 14\sqrt{2}$$

210
3/1/1

~ 9

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = a \\ \cos y = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ ab = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + (-\frac{\sqrt{3}}{4b}) = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4b} \end{cases}$$

решу относительно b второе уравнение

$$b - \frac{\sqrt{3}}{4b} = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \quad \times 4b$$

$$4b^2 - \sqrt{3} = 2b(1-\sqrt{3})$$

$$4b^2 - 2b(1-\sqrt{3}) - \sqrt{3} = 0$$

$$\frac{D}{4} = (1-\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} = 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 4\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3} = (1+\sqrt{3})^2$$

± 75

$$b = \frac{(1-\sqrt{3}) \pm (1+\sqrt{3})}{4}$$

$$\begin{cases} b = \frac{2+\sqrt{3}}{4} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

вернувшись к a

$$a = -\frac{\sqrt{3}}{4b}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{2+\sqrt{3}} \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (-\frac{4}{\sqrt{3}}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \\ \sin x = 1 \end{cases}$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 90^\circ$$

$$\begin{cases} \cos y = \frac{2+\sqrt{3}}{4} \\ \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\frac{-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 3-2\sqrt{3}$$

т.к. сист. уравн. симметрична относительно x и y

Ответ $(\arcsin \frac{2+\sqrt{3}}{4}; \arccos \frac{2+\sqrt{3}}{4})$; $(\arcsin \frac{-\sqrt{3}}{4}; \arccos -\frac{\sqrt{3}}{4})$; $(\arcsin 1; \arccos \frac{2+\sqrt{3}}{4})$; $(\arcsin 1; \arccos -\frac{\sqrt{3}}{4})$

$(\arcsin \frac{2+\sqrt{3}}{4}; \arccos (3-2\sqrt{3}))$; $(\arcsin -\frac{\sqrt{3}}{4}; 90^\circ)$