

**ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ**



$$(a+b)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР 4045

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А
------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Фамилия	Ф	А	Т	Х	Е	Т	А	И	Н	О	В
Имя	Л	И	Н	А	Р						
Отчество	И	Л	Ь	Ф	И	Р	О	В	И	Ч	

№ школы	8	3									
Населенный пункт	У	Ф	А								

Номер варианта	6	
----------------	---	--

ШИФР 4045

Класс 11 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	5	15	5	20	85	восемьдесят пять	

№1 $((x^2+2x)+2)((x^2+2x)-2)=5$

$$(x^2+2x)^2 - 4 = 5$$

$$(x^2+2x)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x^2+2x=3 \\ x^2+2x=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} 1) x^2+2x-3=0 \\ 2) x^2+2x+3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1) x=3 \\ x=-1 \\ 2) D < 0 \end{cases}$$

Отв: $x=3; x=-1$.

№2 $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3} = 2\sqrt{x}$ ОДЗ: $x \geq 3$

$$2x+1+x-3+2\sqrt{(2x+1)(x-3)}=4x$$

$$x+2=2\sqrt{2x^2-5x-3}$$

$$x^2+4x+4=8x^2-20x-12$$

$$7x^2-24x-16=0$$

$$(7x+4)(x-4)=0$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=-\frac{4}{7} \text{ не уга ОДЗ} \end{cases}$$

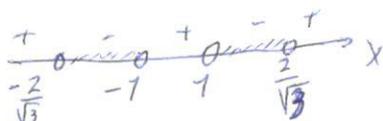
Отв: 4.

№3 $\frac{x^2-2}{x^2-1} < -2$ ОДЗ: $x \neq \pm 1$

$$\frac{x^2-2}{x^2-1} + 2 < 0$$

$$\frac{x^2-2+2x^2-2}{x^2-1} < 0$$

$$\frac{3x^2-4}{x^2-1} < 0$$



$$\frac{(\sqrt{3}x+2)(\sqrt{3}x-2)}{(x-1)(x+1)} < 0$$

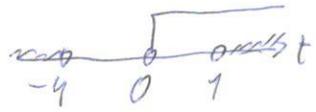
$$x \in (-\frac{2}{\sqrt{3}}; -1) \cup (1; \frac{2}{\sqrt{3}})$$

Отв: $x \in (-\frac{2}{\sqrt{3}}; -1) \cup (1; \frac{2}{\sqrt{3}})$

~4 $\log_4(2x+3) + \log_4(x-1) = 2 - \log_4(\frac{16}{3})$
 $\log_4((2x+3)(x-1)) = 2 \log_4 4 - \log_4(\frac{16}{3})$
 $\log_4(2x^2+x-3) = \log_4(16 \cdot \frac{3}{3})$
 $\log_4(2x^2+x-3) = \log_4 16$
 $2x^2+x-3 = 4$
 $2x^2+x-6 = 0$
 $(2x-3)(x+2) = 0$
 $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -2 \end{cases}$ не уга. ОДЗ.
 Ответ: $x = 1,5$.

ОДЗ: $x-1 > 0$
 $x > 1$

~5 $4^x > 4 - 3 \cdot 2^x$
 $2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 4 > 0$
 $2^x = t; t > 0$
 $t^2 + 3t - 4 > 0$
 $(t+4)(t-1) > 0$



$t > 1$
 $2^x > 1$
 $2^x > 2^0$
 $x > 0$

~6

	Клики	Реальность	
A	4x	4x+4	$A = 4 \cdot 15 + 4 = 64$ $B = 3 \cdot 15 + 5 = 50$ $C = 6 \cdot 15 + 6 = 96$ Ответ: 64; 50; 96.
B	3x	3x+5	
C	6x	6x+6	
Сум	13x	$\pm 13x \cdot (\frac{7 \cdot 13 + 9}{13 \cdot 100} + 1)$	

$13x \cdot (\frac{100 \cdot 14}{13 \cdot 100}) = 4x + 4 + 3x + 5 + 6x + 6$
 $14x = 13x + 15$
 $x = 15$
 Ответ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4045

№7 $b_1 = 1$

$$b_5 + b_9 = 6$$

$$b_1 q^4 + b_1 q^8 = 6$$

$$q^8 + q^4 - 6 = 0$$

$$(q^4 + 3)(q^4 - 2) = 0$$

$$\begin{cases} q^4 = -3 \\ q^4 = 2 \end{cases}$$

$$q = \sqrt[4]{2}$$

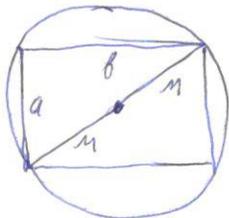
$$r = -\sqrt[4]{2}$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{13} = \frac{q^{-1} - 1}{q - 1} = \frac{2^{-\frac{13}{4}} - 1}{\sqrt[4]{2} - 1} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{2} - 1}{\sqrt[4]{2} - 1} \quad \begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$$

№8 $r = 10 \text{ см}$

$$\begin{cases} ab = \frac{\pi r^2}{2} \\ a^2 + b^2 = 4r^2 \\ 2ab = \pi r^2 \\ a^2 + b^2 = 4r^2 \end{cases}$$



$$(a+b)^2 = r^2(4+\pi)$$

$$a+b = r\sqrt{4+\pi}$$

$$\begin{cases} a = r\sqrt{4+\pi} - b \\ ab = \frac{\pi r^2}{2} \end{cases}$$

$$b r \sqrt{4+\pi} - b^2 = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$10 b \sqrt{4+\pi} - b^2 = 50\pi$$

$$b^2 - 10 b \sqrt{4+\pi} + 50\pi = 0$$

$$D = 100 + 25\pi - 50\pi = 100 - 25\pi$$

$$\begin{cases} 1) b = 5\sqrt{4+\pi} + 5\sqrt{4-\pi} \\ 2) b = 5\sqrt{4+\pi} - 5\sqrt{4-\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) a = 5\sqrt{4+\pi} - 5\sqrt{4-\pi} \\ 2) a = 5\sqrt{4+\pi} + 5\sqrt{4-\pi} \end{cases}$$

Ans: $5\sqrt{4+\pi} - 5\sqrt{4-\pi}; 5\sqrt{4+\pi} + 5\sqrt{4-\pi}$

$$\sim 9 \quad \begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x \cdot \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = -\sqrt{3}/2 \\ \cos y = 1/2 \\ \sin x = 1/2 \\ \cos y = -\sqrt{3}/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y = \pm \pi/3 + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \\ x = (-1)^k \cdot \pi/6 + \pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y = \pm 5\pi/6 + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sim 10 \quad & \sqrt[3]{20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{20 - \sqrt{392}} = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = \sqrt[3]{8 + 12\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{8 - 12\sqrt{2} + 12 - 2\sqrt{2}} = \\ & = \sqrt[3]{(2 + \sqrt{2})^3} + \sqrt[3]{(2 - \sqrt{2})^3} = 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4 \\ \text{Ans: } & 4 \quad (+) \end{aligned}$$

