



ШИФР

3763

Класс _____ Вариант _____ Дата Олимпиады _____

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	10	15	15	0	80	восемьдесят	Васильев

5 1.
 $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x - 2) = 5$ ООУ:
 $(x^2 - 2x)^2 - 4 = 5$ $\mathbb{R}$
 $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 9 = 0$
 $x = -1$ - корень (подбором)
 $(x+1)(x^3 - 5x^2 + 9x - 9) = 0$
 $x = 3$ - корень (подбором)
 $(x+1)(x-3)(x^2 - 2x + 3) = 0$
 $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 > 0$
 $x^2 - 2x + 3 \neq 0$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -4 & 4 & 0 & -9 \\ & & -1 & 5 & -9 & 9 \\ \hline & 1 & -5 & 9 & -9 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & -5 & 9 & -9 \\ & & 3 & -6 & 9 \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 0 \end{array}$$



$\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$
 Ответ: $\{-1; 3\}$

5 2.
 $\sqrt{3x-3} - \sqrt{x-3} = 4$ ООУ:
 $\sqrt{3x-3} = \sqrt{x-3} + 4$ $\begin{cases} 3x-3 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} x \geq 3$
 обе части
 больше/равны 0
 $3x-3 = x-3 + 8\sqrt{x-3} + 16$
 $2x-16 = 8\sqrt{x-3}$
 $x-8 = 4\sqrt{x-3}$
 $\begin{cases} x \geq 8 \\ (x-8)^2 = 16(x-3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ x^2 - 16x + 64 = 16x - 48 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ x^2 - 32x + 112 = 0 \end{cases}$



$112 = 2 \cdot 2 \cdot 28 = 4 \cdot 28$
 $\rightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ x^2 - 4x - 28x + 112 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ x(x-4) - 28(x-4) = 0 \end{cases}$
 $\rightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ (x-4)(x-28) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ x=4 \text{ не угадано} \\ x=28 \end{cases} x=28$

Ответ: $\{28\}$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3763

3.

$$\frac{-X^3 + 2X^2 + X - 1}{2 - X} < X^2$$

ОДН:

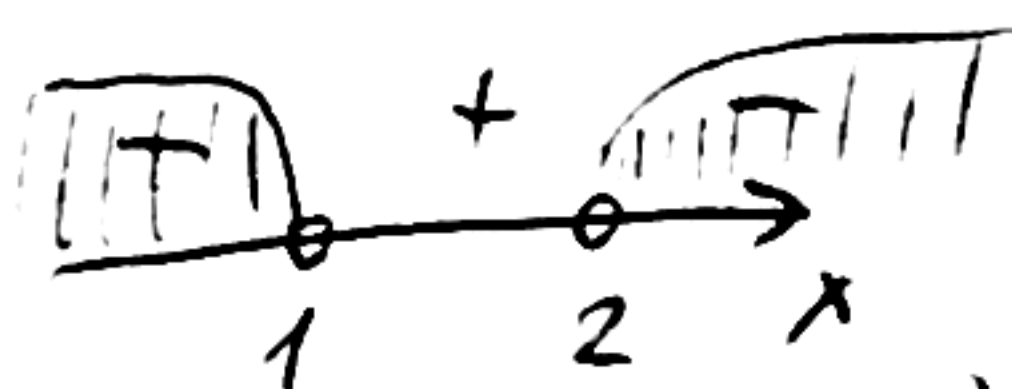
$X \neq 2$

$(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

$$\frac{-X^3 + 2X^2 + X - 1 - X^2(2 - X)}{2 - X} < 0$$

$$\frac{-X^3 + 2X^2 + X - 1 - 2X^2 + X^3}{2 - X} < 0$$

$$\frac{X - 1}{2 - X} < 0$$



Ответ: $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$



4.

$$\lg(3X - 1) - \frac{1}{2} \lg(X + 1) = \frac{1}{2} \lg(X + 13)$$

$$\lg(3X - 1) = \frac{1}{2} (\lg(X + 1) + \lg(X + 13))$$

$$\lg(3X - 1) = \frac{1}{2} \lg((X + 1)(X + 13))$$

существование области
определения
неприменимо

$$2 \lg(3X - 1) = \lg((X + 1)(X + 13))$$

$$\lg(3X - 1)^2 = \lg((X + 1)(X + 13))$$

$$(3X - 1)^2 = (X + 1)(X + 13)$$

$$9X^2 - 6X + 1 = X^2 + 14X + 13$$

$$8X^2 - 20X - 12 = 0$$

$$2X^2 - 5X - 3 = 0$$

$$(X - 3)(2X + 1) = 0$$

$$\begin{cases} X - 3 = 0 \\ 2X + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = 3 \\ X = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ не ур. ОДЗ}$$

Ответ: $\{3\}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 3X - 1 > 0 \\ X + 1 > 0 \\ X + 13 > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X > \frac{1}{3} \\ X > -1 \\ X > -13 \end{cases} \rightarrow X > \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$$



5.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{X+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2X^2 - 8X + 4}$$

ОДН:

$\mathbb{R}$

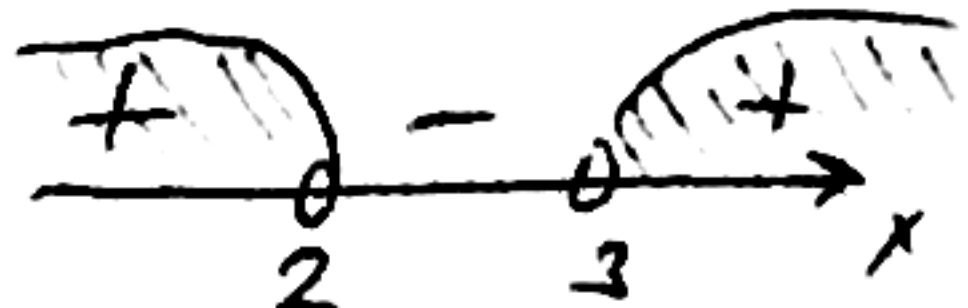
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2X+2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2X^2 - 8X + 4}$$

$$2X + 2 < 2X^2 - 8X + 4 \quad \frac{1}{3} < 1$$

$$2X^2 - 10X + 2 > 0$$

$$X^2 - 5X + 1 > 0$$

$$(X - 3)(X - 2) > 0$$



Ответ: $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$



Пусть двигателей типа А было a штук, а двигателей типа В было b .
Тогда всего меда израсходовано $4a$ ($2a + 3b$) кг, свища ($4a + 5b$) кг,
что соответственно равно 146 кг и 258 кг.

$$\begin{cases} 2a + 3b = 146 \\ 4a + 5b = 258 \end{cases} \cdot 2 \rightarrow \begin{cases} 4a + 6b = 292 \\ 4a + 5b = 258 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 34 \\ 4a = 258 - 5 \cdot 34 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 22 \\ b = 34 \end{cases}$$

П.е. двигателей А было 22, двигателей типа В 34.
Ответ: 22 двигателя типа А; 34 двигателя типа В.

57. а.п. $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ — сумма n -членов а.п.

$$S_n = 36$$

$$a_1 = 4$$

$$a_n = 5$$

$$n = ?$$

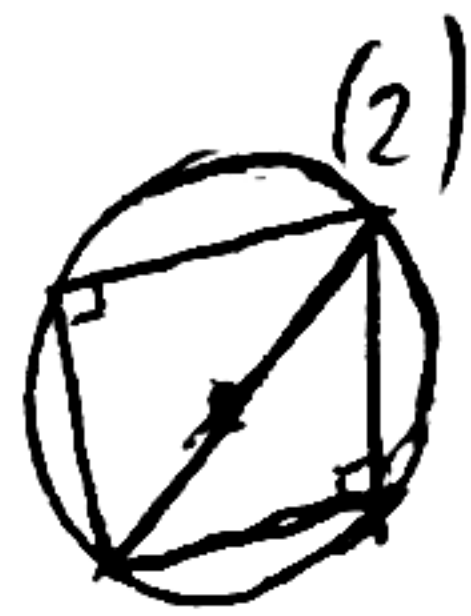
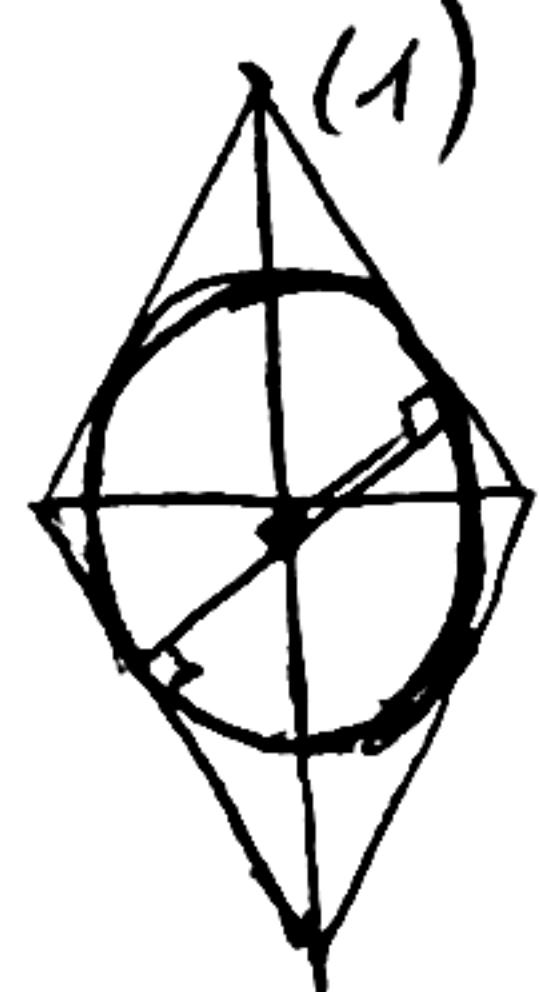
$$36 = \frac{4 + 5}{2} \cdot n$$

$$36 \cdot 2 = 9n$$

$$n = 8$$

Ответ: 8 членов арифметической прогрессии.

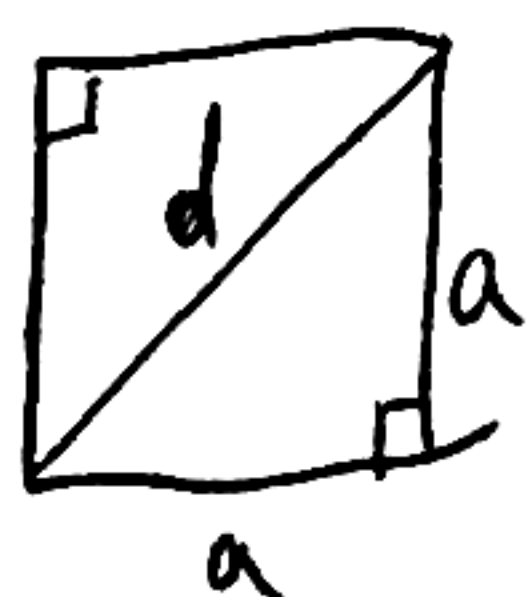
58. (1) Заметим, что диаметр вписанного в ромб круга равен высоте ромба.
(2) Также заметим, что диаметр описанного около квадрата круга равен диагонали этого квадрата.



$$S_{\text{ромб}} = a \cdot h_a$$

$$S_{\text{кв.}} = a^2$$

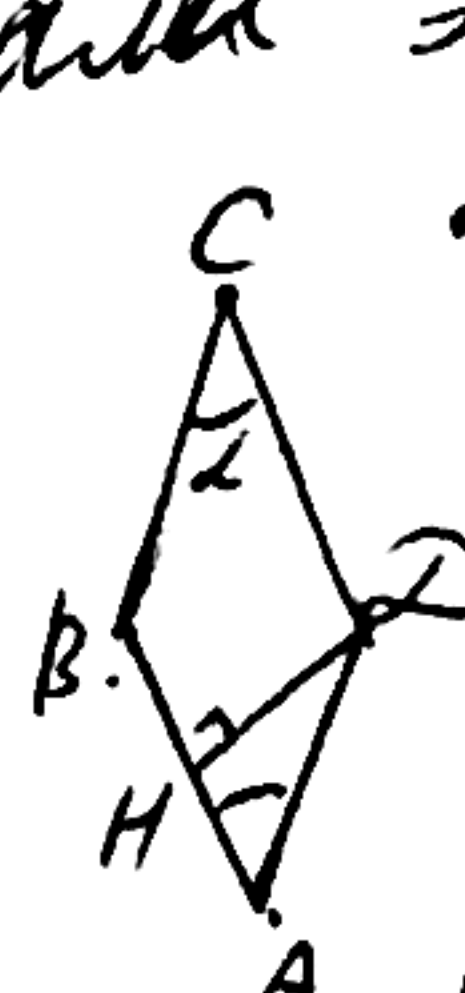
a — сторона квадрата



$$d = a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$S_{\text{кв.}} = \frac{d^2}{2}$$



$\angle = 30^\circ$ (условие)

DN — высота

DN лежит на высоте $\angle A = 30^\circ$

по св-ву угла в 30° (в прямоугольном треугольнике), $DN = \frac{1}{2} AD$

т.е. $h = \frac{a}{2}$ — сторона ромба

$$S_{\text{ромб}} = h \cdot 2h = 2h^2$$

$$d = h \text{ (из замечаний в начале)}; S_{\text{кв.}} = \frac{h^2}{2}$$

$$S_{\text{ромб}} : S_{\text{кв.}} = 2h^2 : \frac{h^2}{2} = 2h^2 \cdot \frac{2}{h^2} = 4$$

$$S_{\text{ромб}} : S_{\text{кв.}} = 4 : 1$$

Ответ: 4:1



ШИФР

3763

59.

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

читать в порядке:

□ → □ → □

□ → ...

без { (вне системы) } - отдельные вычисления

$$\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = 2 \sin \frac{x + \frac{\pi}{2} - y}{2} \cdot \cos \frac{x - \frac{\pi}{2} + y}{2}$$

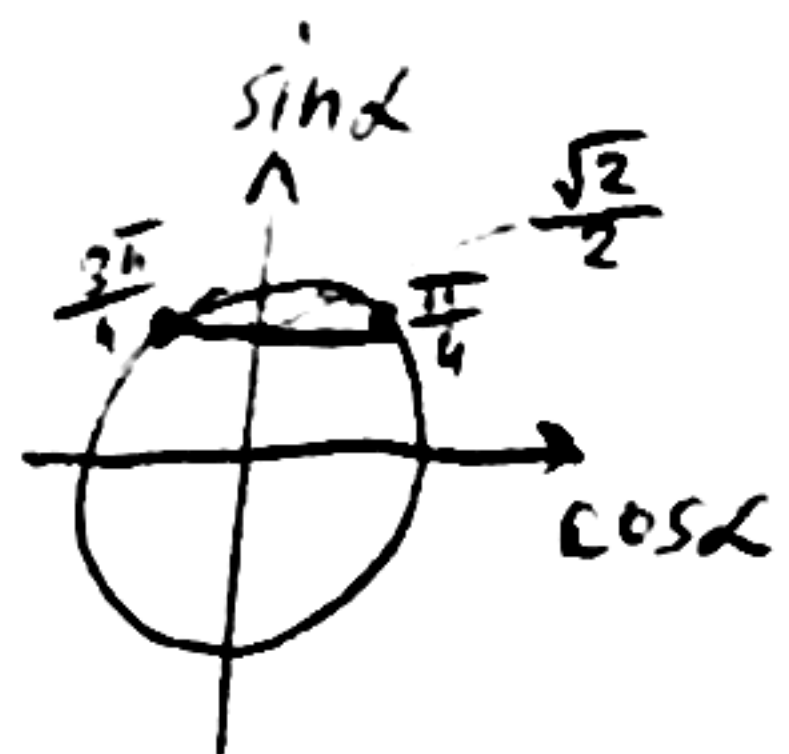
$$\begin{cases} \sin \frac{x-y+\frac{\pi}{2}}{2} \cdot \cos \frac{x+y-\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{4} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\frac{x+y-\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\frac{4\pi}{6} - \frac{3\pi}{6}}{2} = \frac{\pi}{12}$$

$$\cos \frac{\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\begin{cases} \frac{1+\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \frac{x-y+\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{4} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{x-y+\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{x-y+\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ \frac{x-y+\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y+\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 4\pi k \\ x-y+\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + 4\pi n \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y = 4\pi k \\ x-y = \pi + 4\pi n \\ x - \frac{2\pi}{3} = -y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y = x+x - \frac{2\pi}{3} = 2x - \frac{2\pi}{3} \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + 4\pi k \\ 2x = \frac{5\pi}{3} + 4\pi n \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \\ y = \frac{2\pi}{3} - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ y = \frac{\pi}{3} - 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \\ y = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \end{cases}$$



Ответ: $\left\{ \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} - 2\pi k \right); \left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \right) \mid k, n \in \mathbb{Z} \right\}$

можно записать и $\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, направление не влияет



52.

$\sqrt{3/x}$

$f(x)$

$g(x)$

одн

$3x-8$

$8\sqrt{x}$

$4\sqrt{x}$