

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	4	5	5	10	10	10	15	15	20	99	девяносто девять	Васильев

Задача 1

Р.у. $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x - 2) = 5 \Leftrightarrow (x^2 - 2x)^2 - 4 = 5 \Leftrightarrow (x^2 - 2x)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 3, \\ x^2 - 2x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow$

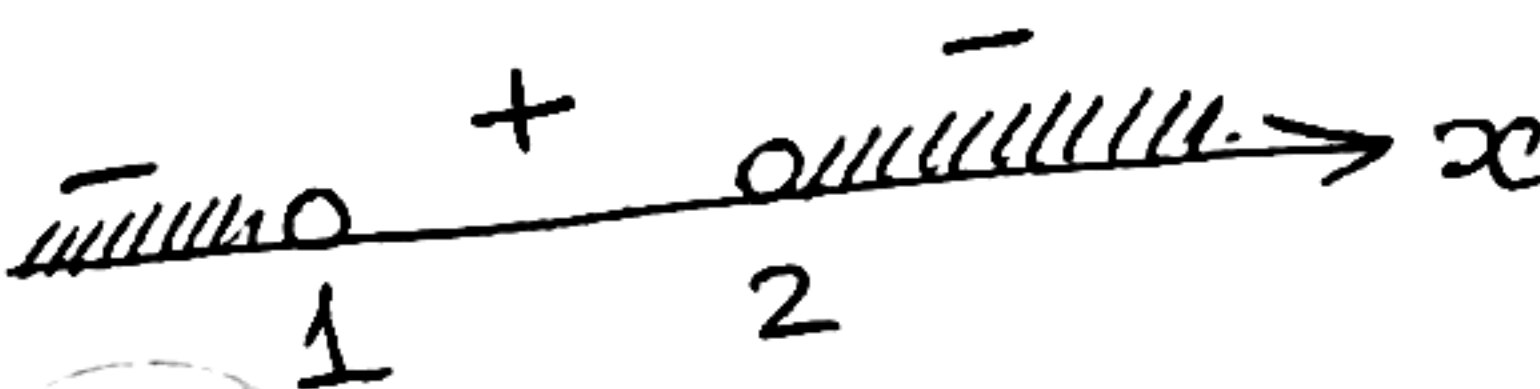
$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0, \\ x^2 - 2x + 3 = 0 \end{cases}$ реш. нет $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 3. \end{cases}$

Ответ: $\{-1; 3\}$

Задача 3.

Р.к. $\frac{-x^3 + 2x^2 + x - 1}{2 - x} < x^2 \Leftrightarrow \frac{-x^3 + 2x^2 + x - 1 - (2 - x) \cdot x^2}{2 - x} < 0 \Leftrightarrow \frac{-x^3 + 2x^2 + x - 1 - 2x^2 + x^3}{2 - x} < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{x - 1}{2 - x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2, \\ x < 1. \end{cases}$



$\oplus$

Ответ: $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

Задача 4.

Р.у. $\lg(3x-1) - \frac{1}{2}\lg(x+1) - \frac{1}{2}\lg(x+13) \Leftrightarrow \begin{cases} \lg(3x-1)^2 = \lg(x+1) + \lg(x+13), \\ 3x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg(3x-1)^2 = \lg(x+1)(x+13), \\ x > \frac{1}{3}, x > -1, x > -13 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (3x-1)^2 = (x+1)(x+13), \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - 6x + 1 = x^2 + 14x + 13, \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x^2 - 20x - 12 = 0, \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x - 3 = 0, \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ x = -\frac{1}{2}, \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$

Ответ: $\{3\}$



Задача 5.

Р.и. $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2-4x+7} \Leftrightarrow x+1 < x^2-4x+7 \Leftrightarrow x^2-5x+6 > 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3, \\ x < 2. \end{cases}$$

$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline \text{штрихи} \quad \text{штрихи} \quad \text{штрихи} \\ 2 \quad \quad \quad 3 \end{array} \rightarrow x$

⊕

Ответ: $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Задача 6.

Пусть на заводе произведено x двигателей типа А и y — типа В. Тогда ~~2х~~ израсходовали $(2x+3y)$ кг меди и $(4x+5y)$ кг свинца. Учитывая, что ~~свинца~~ израсходовали 146 кг ~~свинца и 258 кг меди~~ и 258 кг свинца, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x+3y=146, \\ 4x+5y=258 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=146 \cdot 2, \\ 4x+5y=258 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y-4x-5y=292-258, \\ 4x+5y=258 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=34, \\ x=\frac{258-5y}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=22, \\ y=34. \end{cases}$$

+

Ответ: 22 двигателя типа А и 34 типа В.

Задача 7.

Дано: $a_1=4, a_n=5, S_n=36$

Найти: n — ?

$$S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n \Leftrightarrow n = \frac{2 \cdot S_n}{a_1+a_n} :$$

+

$$n = \frac{2 \cdot 36}{4+5} = \frac{72}{9} = 8.$$

Ответ: 8.



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

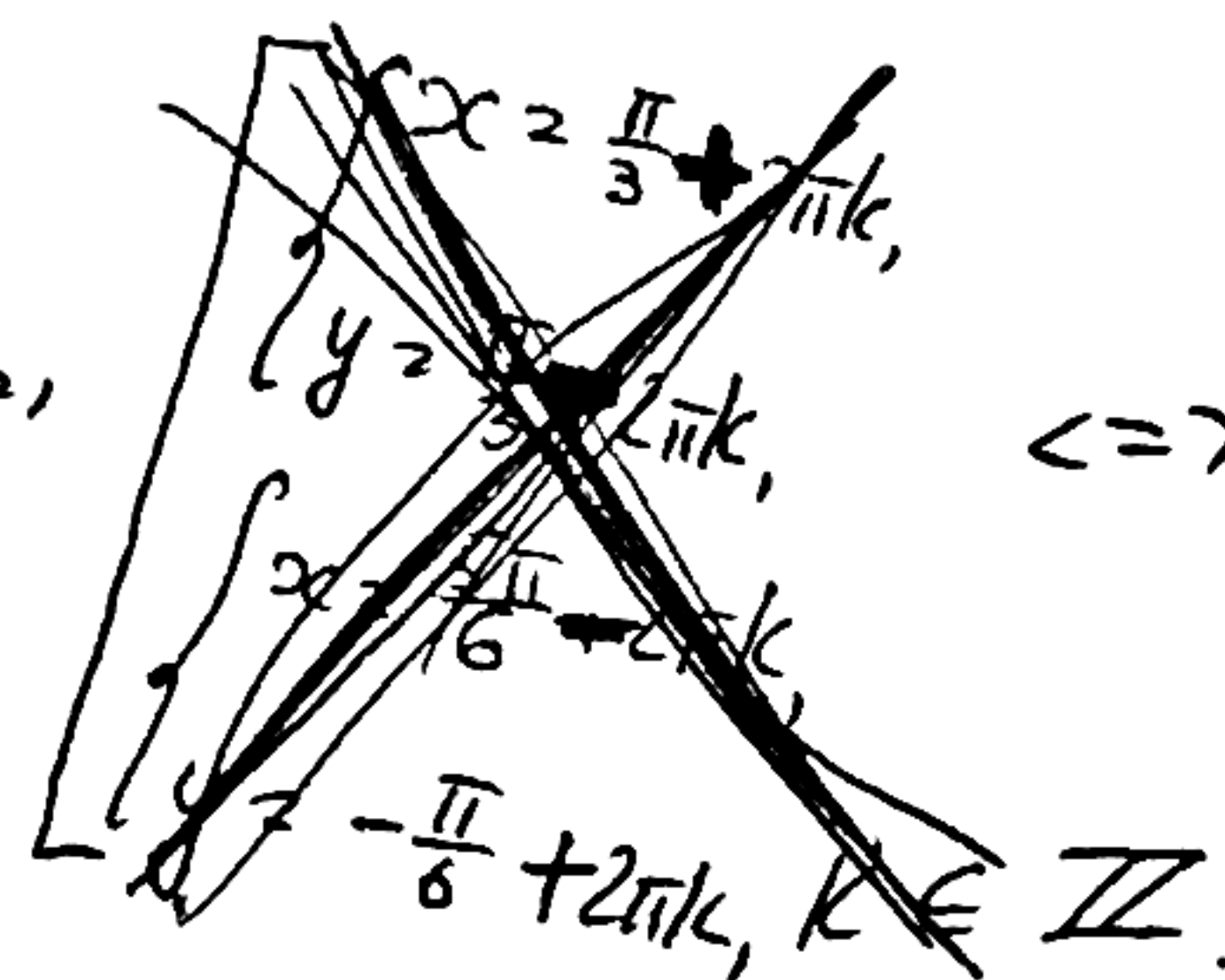
13765

Задача 9.

Р.с.у.
$$\begin{cases} \sin x + \cos y = \frac{1+\sqrt{3}}{2}, \\ x+y = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos y = \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3}, \\ x = \frac{2\pi}{3} - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\frac{2\pi}{3} - y) - \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{3} - \cos y, \\ x = \frac{2\pi}{3} - y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{y}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi}{6} - \frac{y}{2}) = -2 \sin(\frac{\pi}{6} + \frac{y}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi}{6} - \frac{y}{2}), \\ x = \frac{2\pi}{3} - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\frac{\pi}{6} - \frac{y}{2}) = 0, \\ \sin \frac{y}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6} - \frac{y}{2}), \\ x = \frac{2\pi}{3} - y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - \frac{y}{2} = \pi k, \\ \frac{y}{2} = -\frac{\pi}{6} - \frac{y}{2} + 2\pi k, \\ \frac{y}{2} = \pi + \frac{\pi}{6} + \frac{y}{2} + 2\pi k \text{ реш. нет} \\ x = \frac{2\pi}{3} - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\pi}{3} - 2\pi k, \\ y = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \\ x = \frac{2\pi}{3} - y \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ y = \frac{\pi}{3} - 2\pi k, \\ x = \frac{5\pi}{6} - 2\pi k, \\ y = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

~~Ответ: $\{(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} - 2\pi k), (\frac{5\pi}{6} - 2\pi k; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k) : k \in \mathbb{Z}\}$~~

Ответ: $\{(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} - 2\pi k), (\frac{5\pi}{6} - 2\pi k; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k) : k \in \mathbb{Z}\}$.

Задача 2.

Р.у. $\sqrt{3x-3} - \sqrt{x-3} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{3x-3} = 4 + \sqrt{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-3 = 16 + 8\sqrt{x-3} + x-3 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-8 = 4\sqrt{x-3} \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-8)^2 = 16(x-3), \\ x \geq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 16x + 64 = 16x - 48, \\ x \geq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 32x + 112 = 0, \\ x \geq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 + \sqrt{256 - 112}, \\ x = 16 - \sqrt{256 - 112}, \\ x \geq 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 28, \\ x = 4, \\ x \geq 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = 28.$$

Ответ: $\{28\}$.

ШИФР 13765

Задача 10.

Упростим и вычислим $\sqrt[3]{40+\sqrt{1573}} + \sqrt[3]{40-\sqrt{1573}}$.

Заметим, что $\sqrt[3]{40+\sqrt{1573}} \cdot \sqrt[3]{40-\sqrt{1573}} = \sqrt[3]{1600-1573} = 3$.

Пусть $\sqrt[3]{40+\sqrt{1573}} = a$, $\sqrt[3]{40-\sqrt{1573}} = b$. Тогда $ab=3$, $a^3+b^3=80$,

$(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b) = 80+9(a+b)$. Пусть $t=a+b$, $t>0$.

Решим уравнение системы уравнений $\begin{cases} t^3 = 80+9t, \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^3-9t-80=0, \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (t-5)(t^2+5t+16)=0, \\ t>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t=5, \\ t^2+5t+16=0, \text{ реш. нет} \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow t=5$.

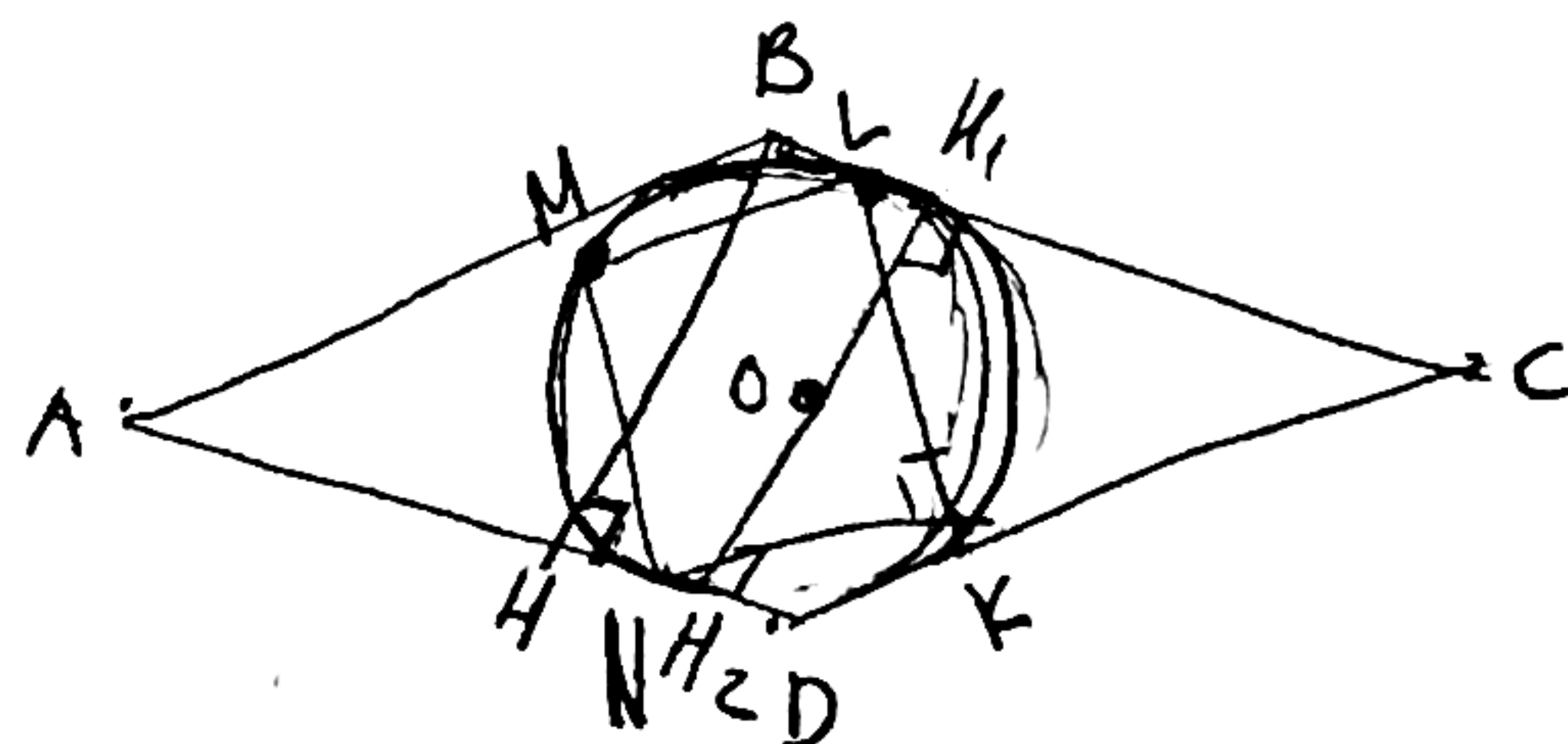


Таким образом, $a+b=5$, значит, $\sqrt[3]{40+\sqrt{1573}} + \sqrt[3]{40-\sqrt{1573}} = 5$.

Ответ: 5.

Задача 8.

Дано: $\triangle ABC$ - ромб, $\angle A = 30^\circ$, ℓ_1 - внешняя биссектриса $\angle BCD$, квадрат $KLMN$ вписан в ℓ_1 .



$S_{ABCD} : S_{KLMN} = ?$

1) Пусть a - сторона ромба, h - высота, H_1, H_2 - точки касания, тогда $H_1H_2 = h$.

$\sin 30^\circ = \frac{BH}{AB} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{BH}{a} \Leftrightarrow BH = \frac{a}{2}$, $h = \frac{a}{2}$, $H_1H_2 = \frac{a}{2}$, H_1H_2 - диаметр ℓ_1 .

2) Так как $KLMN$ вписан в ℓ_1 , то его диагонали равны $H_1H_2 = \frac{a}{2}$,

значит, $S_{KLMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$

3) $S_{ABCD} = \sin 30^\circ \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$

4) $\frac{S_{ABCD}}{S_{KLMN}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{a^2}{8}} = 4$.



Р. Ответ: $S_{ABCD} : S_{KLMN} = 4:1$.