

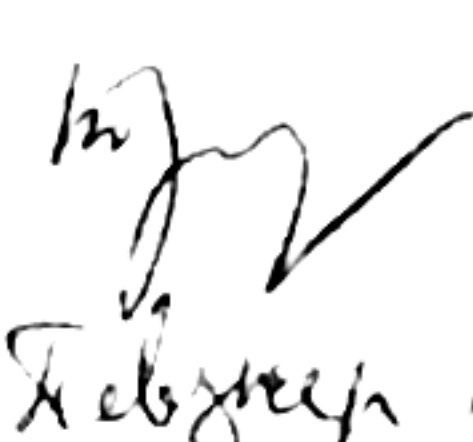


Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 132 12303

Класс 9 Вариант 3 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	5	10	15	0	15	15	20	восемьдесят	 Гаврилов И.В.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12 303

① t_m, t_b - время ^{движения} мотоциклиста и велосипедиста соответственно

v_m, v_b - скорости мотоциклиста и велосипедиста соответственно

$$t_m = t_b - 1 - 1,5 = t_b - 2,5$$

$$v_m = 2,5 v_b$$

$$50 \text{ км} = t_m v_m = t_b v_b$$

$$t_b = \frac{50}{v_b}$$

$$2,5 v_b (t_b - 2,5) = t_b v_b = 50$$

$$2,5 v_b \left(\frac{50}{v_b} - 2,5 \right) = 50$$

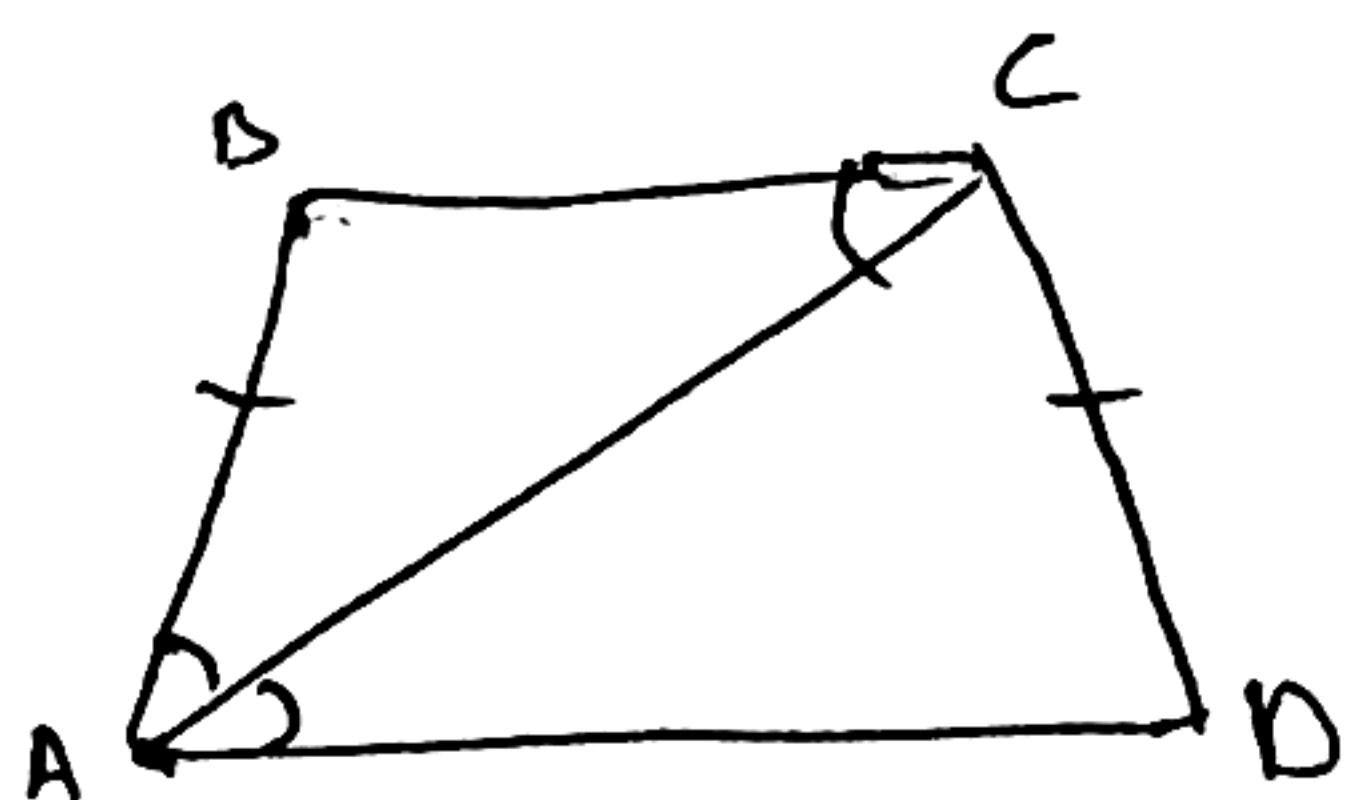
$$1,25 - 6,25 v_b = 50$$

$$v_b = \frac{75}{6,25} = 12$$

$$v_m = 2,5 \cdot 12 = 30 \text{ км/ч}$$

Ответ: 30 км/ч

②



AC - биссектриса

$\angle BCA = \angle CAD$, т.к. $BC \parallel AD$

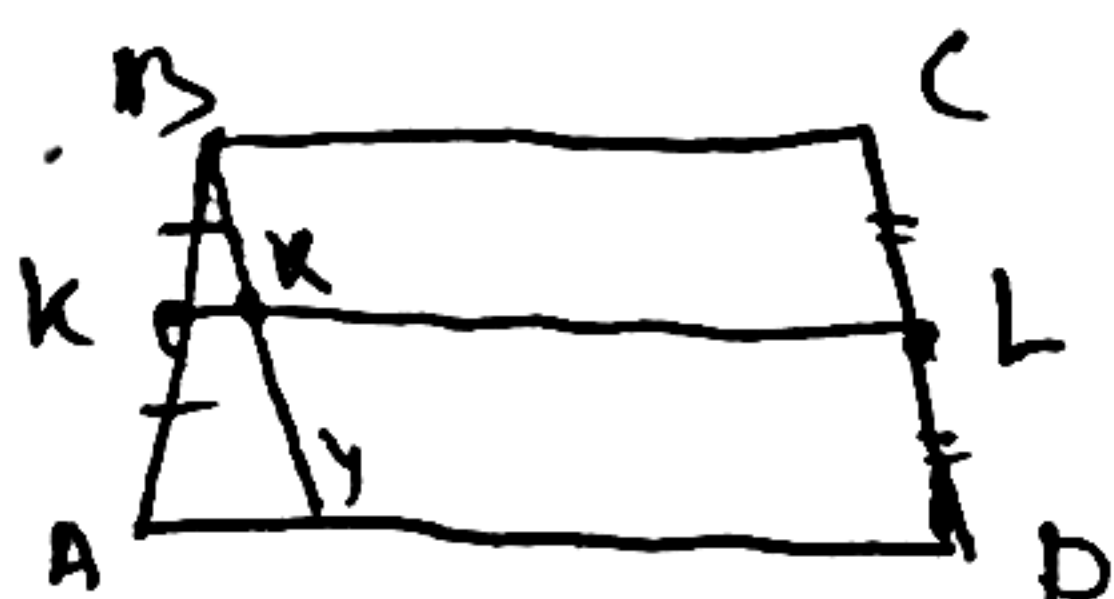
$\angle BAC = \angle CAD$, т.к. AC - бис-са

$$\Rightarrow \angle BCA = \angle BAC$$

$$\Rightarrow BC = AB = 3,5 \text{ км}$$

$KL = \frac{BC + AD}{2} = \frac{3,5 + 5,5}{2} = 6$, т.к. средняя линия в трап. равна полусумме оснований *

* док-во



$$BC = a$$

$$AD = b$$

KL - средняя линия трапеции ABCD

Проведём через точку B прямую, параллельную CD,

точки её пересечения с KX и AD - X и Y .

$BCKL$, $BCDY$ - параллелограммы $\Rightarrow KL = YD = BC = a$

$$KX = KL - a \quad AX = AD - a = b - a$$

$$\Rightarrow KX = \frac{AY}{2}$$

KX - ср. линия $\triangle ABY \Rightarrow$

$$2KL - a = b - a \Rightarrow KL = \frac{a+b}{2}$$

■

Ответ: 6

ШИФР 12303

$$\begin{aligned} & (\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}) \sqrt{2-\sqrt{3}} + (\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} = \\ &= \sqrt{(2-\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2} + \sqrt{(2+\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2} = \\ &= \sqrt{(2-\sqrt{3}) \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} + \sqrt{(2+\sqrt{3}) \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = + \\ &= \sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} + \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \sqrt{4-3} \cdot 2 = 2 \end{aligned}$$

Ответ: 2

$$\begin{aligned} & (4) \quad y = 2x + b \\ & \quad y = x^2 + 4x + 6 \\ & \quad x^2 + 4x + 6 = 2x + b \\ & \quad x^2 + 2x + (6-b) = 0 \\ & \quad \text{одно решение} \Rightarrow D = 0 \quad \Rightarrow 4 - 4(6-b) \cdot 1 = 0 \\ & \quad 4 + 24 - 4 \quad 4 - 24 + 4b = 0 \\ & \quad b = 5 \end{aligned}$$

Ответ: b = 5

$$\begin{aligned} & (5) \quad a + b = 221 \\ & \quad \text{НОК} = 612 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 17 \\ & \quad 221 \not\div 2 \Rightarrow \text{только одно из чисел : 2} \\ & \quad 221 \not\div 3 \Rightarrow \text{только одно из чисел : 3} \\ & \quad 221 : 17 \Rightarrow \text{оба числа : 17 не обязательно.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} a = 17 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 612 \neq 612 + 17 \neq 221 \\ b = 17 \\ a = 17 \cdot 2 \cdot 2 \\ b = 17 \cdot 3 \cdot 3 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} a = 17 \cdot 2 \cdot 2 = 68 \\ b = 17 \cdot 3 \cdot 3 = 153 \\ a + b = 221 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 153 и 68

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12303

6) Пусть мальчиков было a , а число девочек x , $x \leq 2a \leq 75$

$$\frac{a-x}{2a-3} = 0,48$$

$$a-x = 0,96a - 1,44$$

$$a = \frac{x-1,44}{0,04}$$

$$a > 0 \Rightarrow x \neq 0 \neq 1 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

$$a = \begin{cases} \frac{2-1,44}{0,04} = \frac{0,56}{0,04} = 14 \\ \frac{3-1,44}{0,04} = \frac{1,56}{0,04} = 39 \end{cases}$$

$$2 \cdot 39 = 78 > 75$$

$$\Rightarrow a = 14 \quad 2a = 28$$

Ответ: 28.

$$7t + 5u + 9x + 11y - 6z = ?$$

$$t + u + 2x + 3y - z = 4$$

$$-3t - u - x + y + 2z = -3$$

$$\Rightarrow 4t + 4u + 8x + 8y - 4z = 16$$

$$\Rightarrow 3t + u + x - y - 2z = 3$$

$$7t + 5u + 9x + 11y - 6z = 16 + 3 = 19$$

Ответ: 19.

$$8) \quad x^2 + \frac{x^2}{(1+x)^2} = 3$$

$$a^2 + b^2 = 3$$

$$(x \neq -1), \text{ т.к. } 1+x \neq 0$$

$$x = a$$

$$\frac{x}{1+x} = b$$

$$a^2, b^2 \geq 0$$

$$\frac{x}{1+x} = \frac{b}{1+b}$$

$$x \neq 0 \Rightarrow a^2 \neq 0, b^2 \neq 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{(1+x)^2} &= \frac{1}{4} \neq 1 \\ \frac{x^2}{(1+x)^2} &= \frac{2}{(1+\sqrt{2})^2} \neq 1 \\ \frac{x^2}{(1+x)^2} &= \frac{2}{(1-\sqrt{2})^2} \neq 1 \end{aligned}$$

ответ: решений нет.

$$\begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 2 \\ a^2 = 2 \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

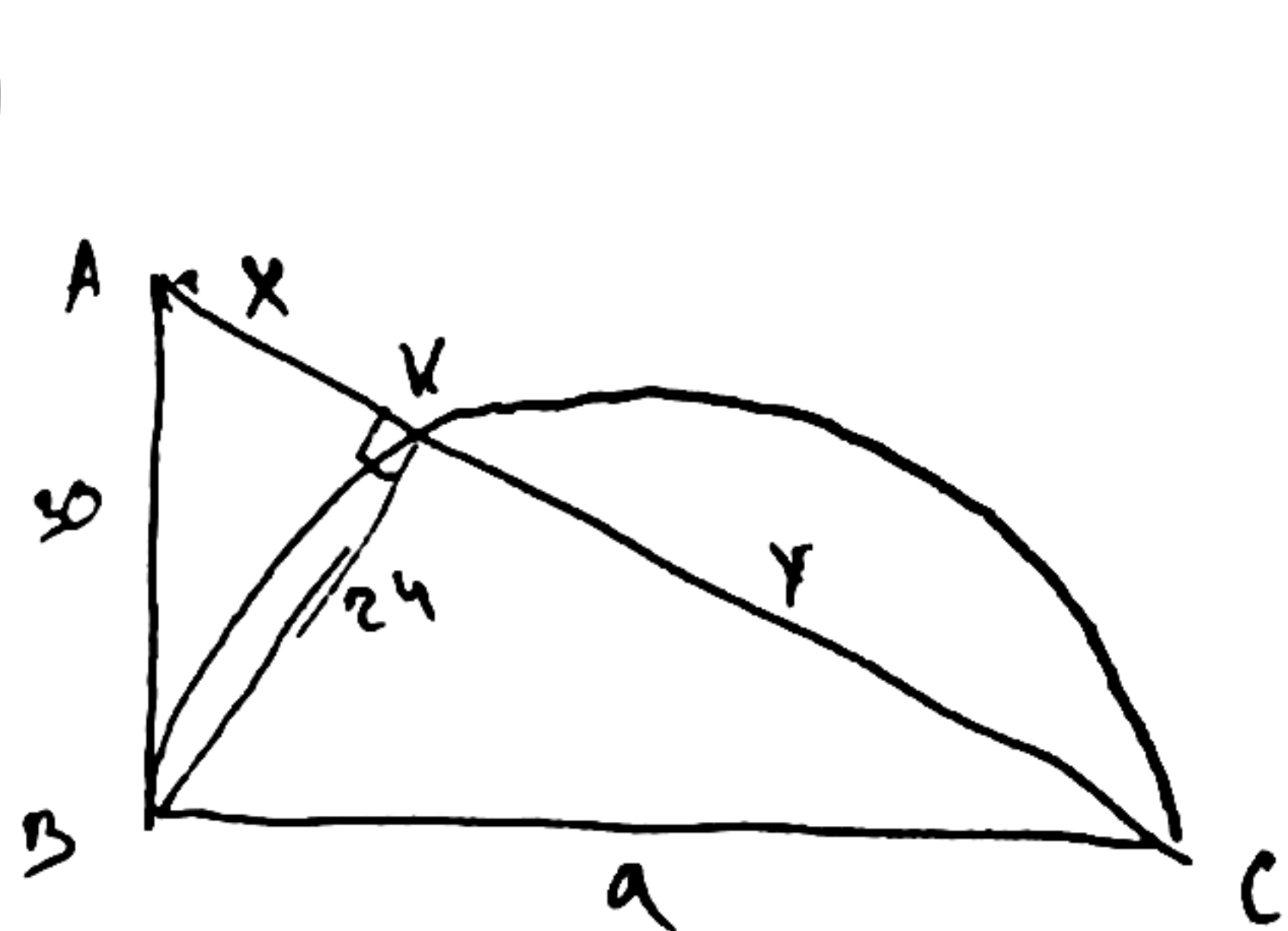
$$a^2 \text{ и } b^2$$

! могут
принимать
не только
целые
значения.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x=1 \\ \frac{x}{1+x} = \frac{1}{2} \end{cases} &\rightarrow \frac{x}{1+x} = \frac{1}{2} \\ \begin{cases} x=-1 \\ \frac{x}{1+x} = \frac{-1}{0} \end{cases} &\rightarrow \text{не существует} \\ \begin{cases} x=2 \\ \frac{x}{1+x} = \frac{2}{3} \end{cases} &\rightarrow \frac{x}{1+x} = \frac{2}{3} \\ \begin{cases} x=-2 \\ \frac{x}{1+x} = \frac{-2}{-1} = 2 \end{cases} &\rightarrow \frac{x}{1+x} = 2 \end{aligned}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12303



$$\begin{aligned} AK &= x \\ KC &= y \\ BC &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB &= 30 \\ BK &= 24 \end{aligned}$$

$$\angle AKB = 90^\circ$$

$\angle BKC = 90^\circ$, т.к. он опирается на диаметр.

$$x = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{324} = 18$$

$$\angle KAB = 90^\circ - \angle ABK = \angle KBC \Rightarrow \triangle AKB \sim \triangle BKC \text{ (по углам)}$$

$$\frac{x}{24} = \frac{30}{a}$$

$$a = \frac{30 \cdot 24}{18} = 40$$

$$r = \frac{a}{2} = 20$$

$$L = \frac{2\pi r}{2} = 3,14 \cdot 20 = 31,4 \cdot 2 = 62,8$$

Ответ: 62,8 м.

10)

O_2	N_2	$O_2 + N_2$
$0,16 \cdot 8$	$0,84 \cdot 8$	8
$0,16 \cdot (8-x)$	$0,84(8-x)$	8-x
$0,16(8-x)$	$0,84(8-x) + x$	8
$8(0,02(8-x))$	$8(0,84 + 0,02x)$	
$8(0,16 - 0,02x)$		
$(8-x)(0,16 - 0,02x)$	$(8-x)(0,84 + 0,02x)$	8-x
$(8-x)(0,16 - 0,02x)$	$(8-x)(0,84 + 0,02x) + x$	8

- изначально

- забран x

- дали N_2

- забран x во 2-ой раз

- дали N_2

$$(8-x)(0,16 - 0,02x) = 0,02$$

$$1,28 - 0,16x - 0,16x + 0,02x^2 = 0,72$$

$$D = 256 - 4 \cdot 28 = 144$$

$$0,02x^2 - 0,32x + 0,56 = 0$$

$$x^2 - 16x + 28 = 0$$

$$x = \frac{16 \pm 12}{2} = \begin{cases} 2 \\ 14 \end{cases}$$

$$14 > 8$$

$$\Rightarrow x = 2$$

Ответ: 2 л.