



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



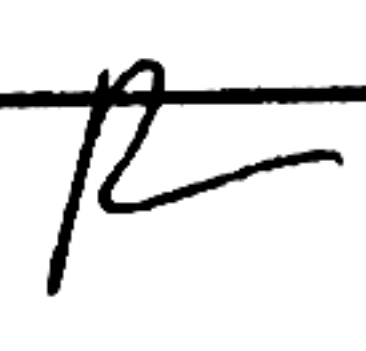
Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

385

Класс _____ Вариант _____ Дата Олимпиады _____

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	3	5	2	5	8	10	15	7	10	70	семьдесят	 Лашин



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

385

Сделаем замену

$$x^2 - 2x = t$$

$$\Rightarrow (t+2)/(t-2) = 5 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t=3 \\ t=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 - 2x + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

$D < 0 \Rightarrow$ нет решений

Ответ: 3; -1

№ 2

$$\sqrt{3x-3} - \sqrt{x-3} = 4$$

$$\sqrt{3x-3} = 4 + \sqrt{x-3} \Rightarrow$$

$$3x-3 = 16 + x-3 + 8\sqrt{x-3}$$

$$\Rightarrow x-8 = 4\sqrt{x-3}$$

$$\begin{cases} x-3 = t \\ t \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x-3} = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t^2 - 5 = 4t \\ t = \frac{4 \pm 6}{2} = 5 \end{cases}$$

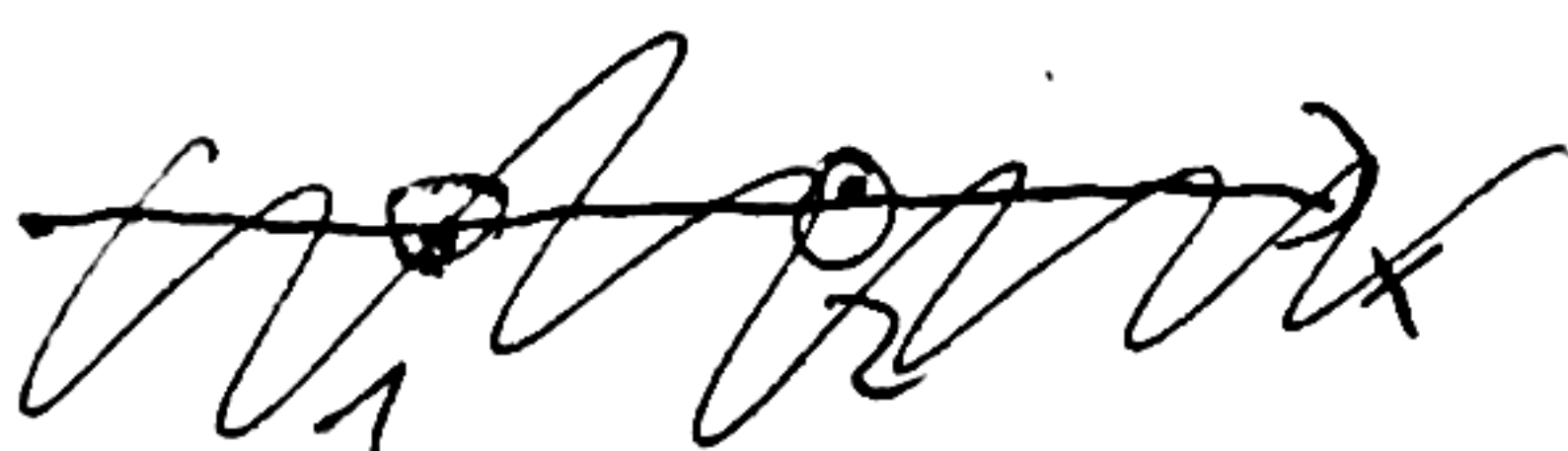
$$\begin{cases} t = \frac{4-6}{2} = -1 \text{ не подх. т.к. } t \geq 0. \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 27 \quad \sqrt{x-3} = 5$$

Ответ: $x = 27$.

$$\frac{x^3 - 2x^2 - x + 1 - x^3 + 2x^2}{x-2} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x+1}{x-2} < 0$$



- перенесем x^2 в левую
часть
и приведем к общему
знаменателю.



$$\Rightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

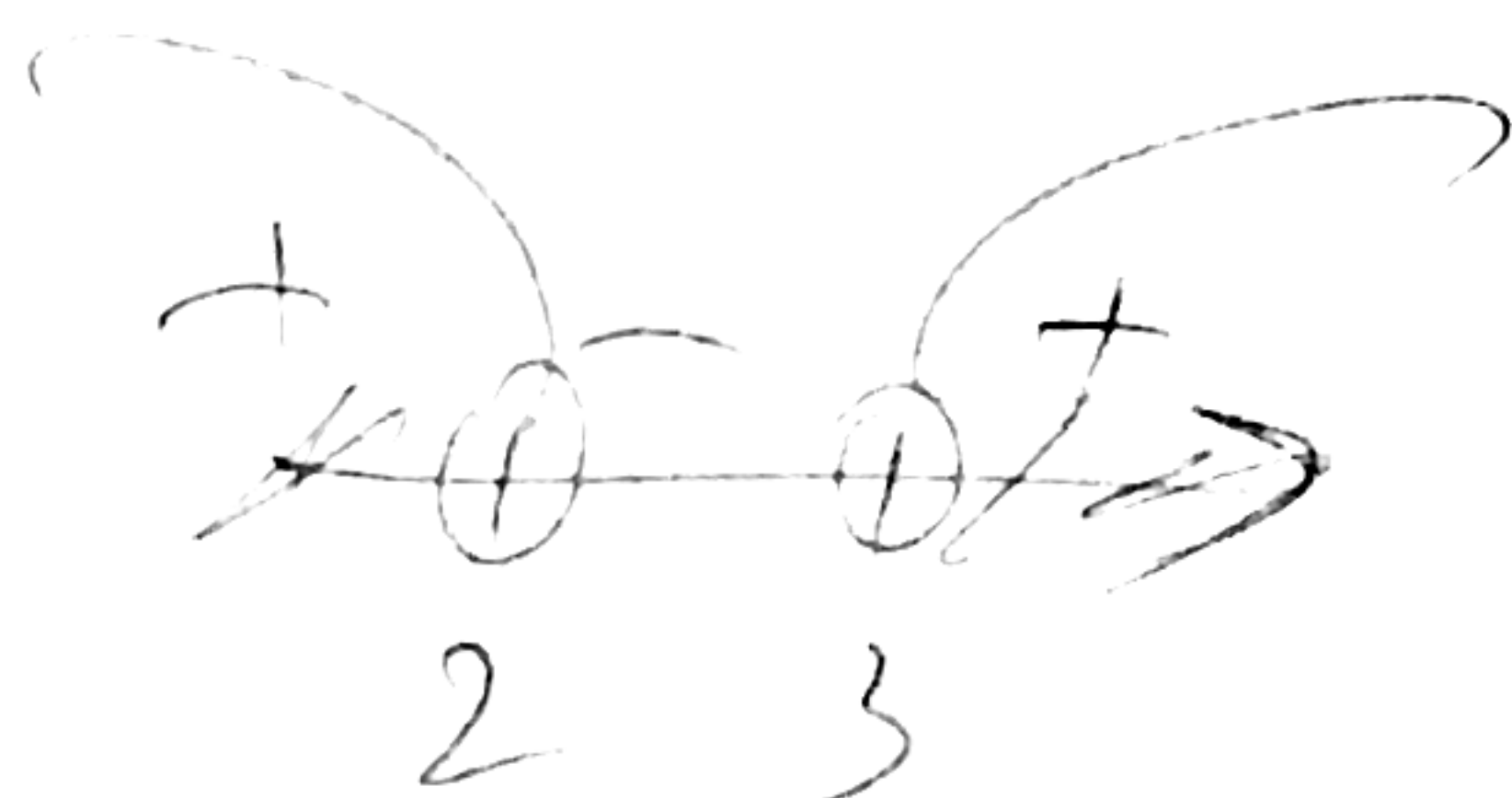
ШИФР

385

№ 5

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-8x+14} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2+7-4x}$$

Т.к. $\frac{1}{9} < 1 \Rightarrow x+1 < x^2-4x+7$



$$x^2-5x+6 > 0$$

$$\Rightarrow x \in (2; 3)$$

Ответ: $x \in (2; 3)$

№ 6

Двигателей типа А было произведено a штук, а
типа В - b штук.

$\Rightarrow$ на двигатели типа А пошло 2. а кг меди
и 4. а кг свинца.

а на двигатели типа В пошло 3. а кг меди
и 5. б кг свинца

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + 3b = 146 \text{ кг} \\ 4a + 5b = 258 \text{ кг} \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 146 \cdot 2 - 258 = 34$$

$$a = \frac{146 - 34 \cdot 3}{2} = 22$$

Ответ: двигатели типа А - 22 шт.
типа В - 34 шт.

$$a = 22$$

$$b = 34$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

(a, b) = a(b)



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

385

Эта прогрессия : $\left. \begin{array}{l} a \\ a+b \\ a+2b \\ \dots \\ a+(n-1) \cdot b \end{array} \right\} n \text{ элементов.}$

при этом первый элемент $= 4 \Rightarrow a = 4$

а последний $= 5 \Rightarrow a + (n-1)b = 5 \Rightarrow$
 $(n-1)b = 1$

$\sum$ чисел от 1 до $n-1 = \frac{(n-1) \cdot n}{2}$

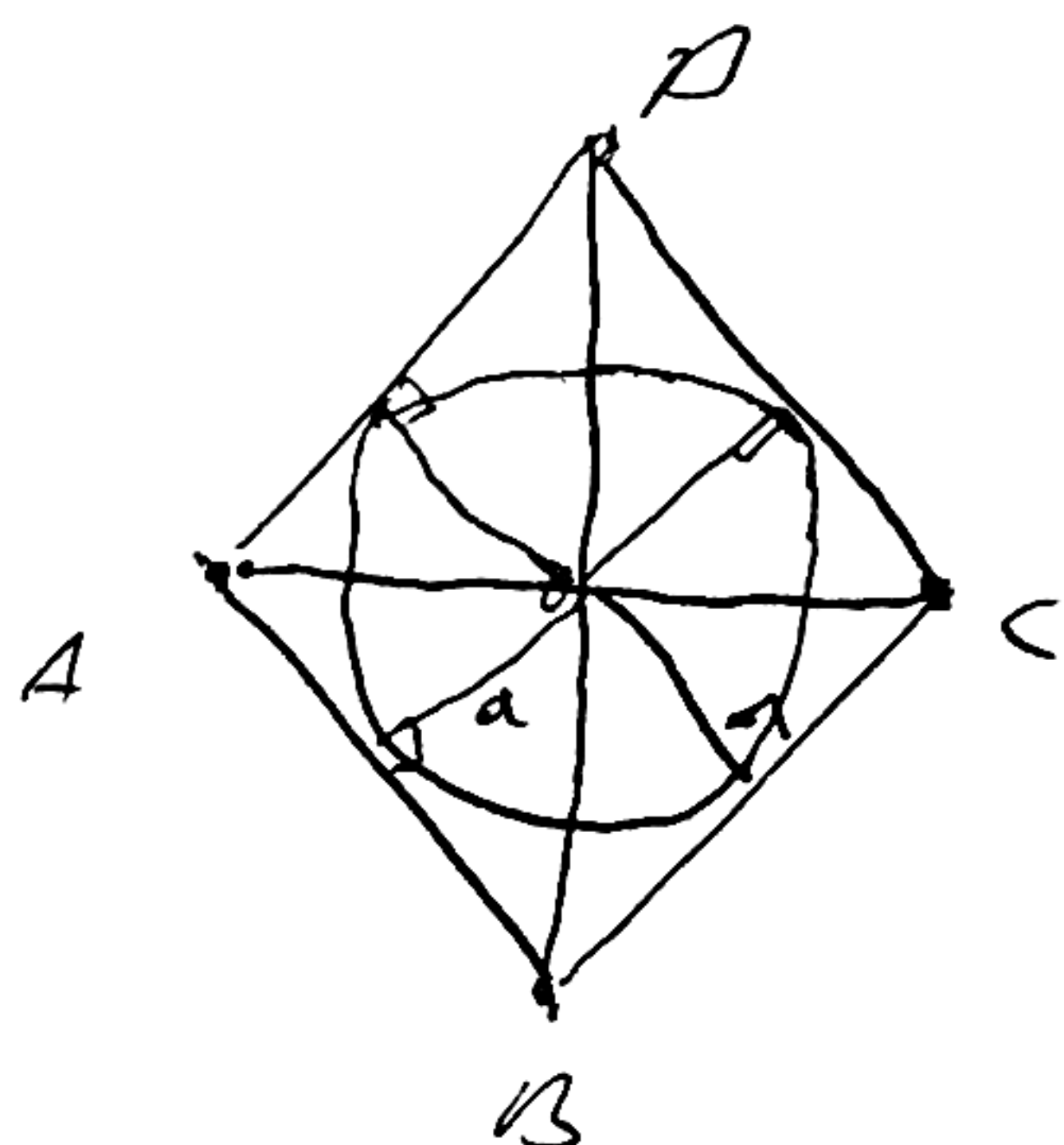
$\Rightarrow$ сумма n членов прогрессии $=$
 $= n \cdot a + \frac{n(n-1)}{2} \cdot b$

$= 4 \cdot n + \frac{n}{2} ((n-1) \cdot b) = 4n + \frac{n}{2} = 36$

$\Rightarrow n = 8$

Ответ: 8

$n = 8$



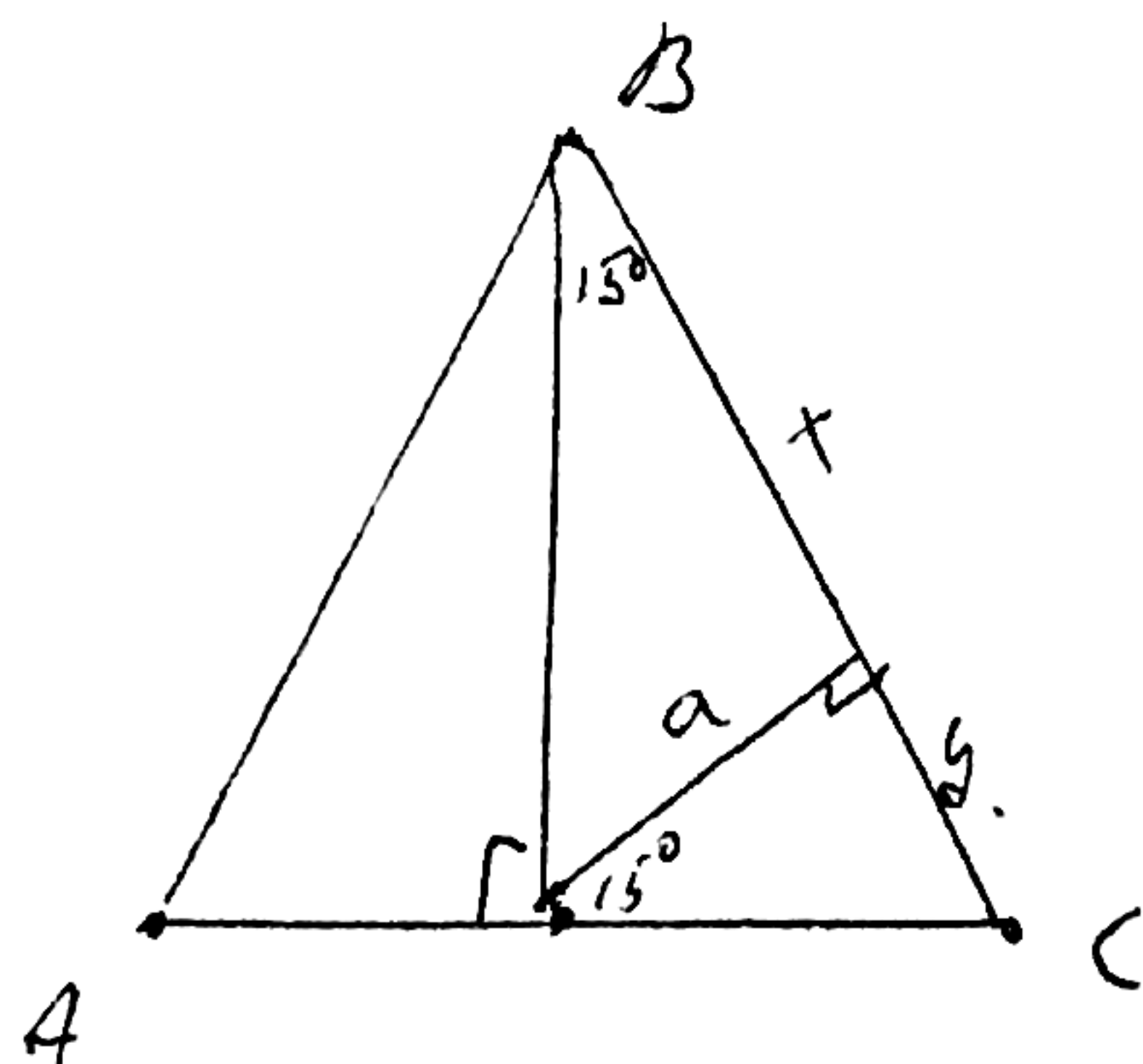
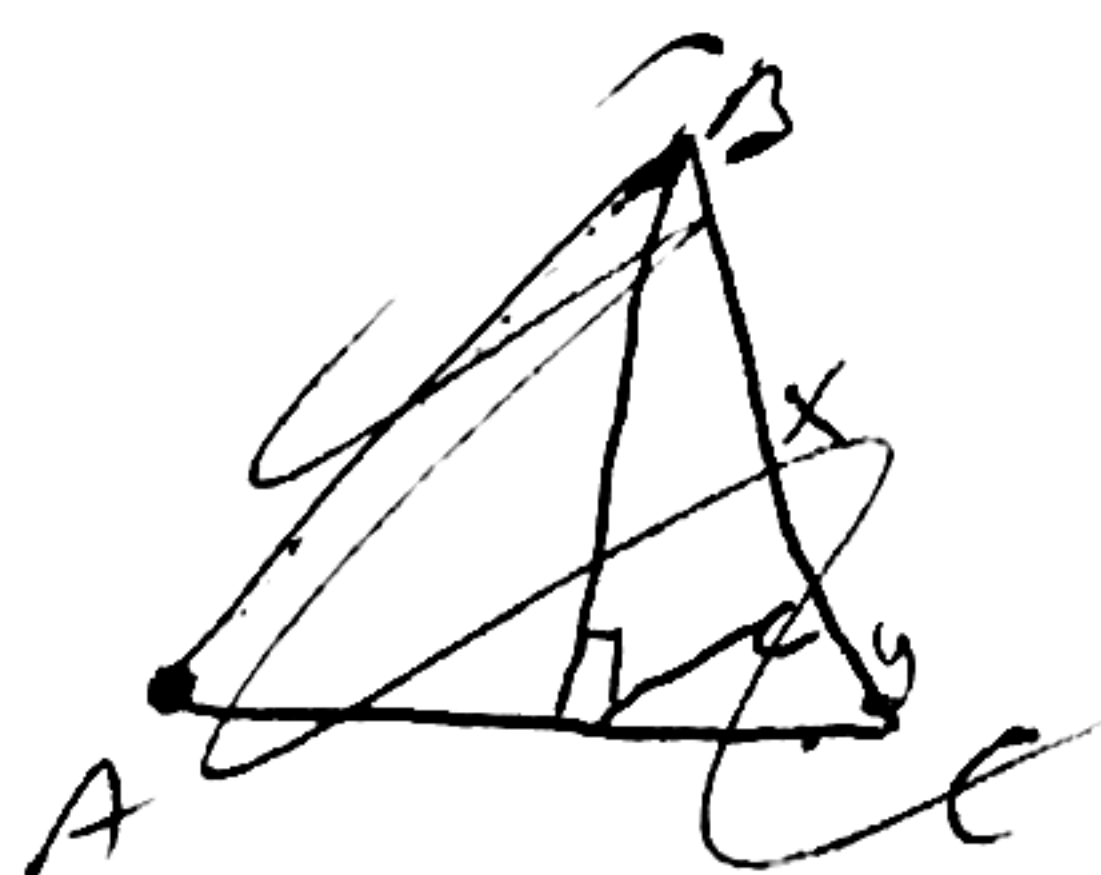
Обозначим a - радиус круга.

$\Rightarrow$ диагональ вписанного в круг квадрата $= 2a$

$\Rightarrow$ сторона квадрата $= \sqrt{2}a$

$\Rightarrow$ площадь квадрата $= 2a^2$

$\triangle ABC$



ABC - $\triangle$ с $\angle C = 15^\circ$ и $TK \perp AC$
 $BC = x + y$

$x = \frac{a}{\tan 15^\circ}$

$y = a \cdot \tan 15^\circ$

ШИФР

385

№ 8 продолжение

$$\Rightarrow BC = a \cdot \frac{\tan^2 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ} = \frac{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}} = \frac{a}{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ}$$

Заметим, что $\sin 30^\circ = 2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow BC = \frac{2a}{\sin 30^\circ} = 4a$$

$$S_{\text{ромба}} = BC^2 \cdot \sin 30^\circ = 8a^2$$

$$S_{\text{квадрата}} = 2a^2$$

$$\Rightarrow S_{\text{ромба}} / S_{\text{квадрата}} = 4$$

ответ: 4.

№ 9

$$\begin{cases} x+y = \frac{2\pi}{3} \text{ рад} = 120^\circ \\ \sin x + \cos y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow x=y=60^\circ$ и углы в сумме
первый! второй!
меньше!

$$\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$$

ответ: $x=y=\frac{\pi}{3}$

№ 10

$$\begin{aligned} t &= \sqrt[3]{40+\sqrt{1573}} + \sqrt[3]{40-\sqrt{1573}} = \sqrt[3]{(40+\sqrt{1573}) + (40-\sqrt{1573})} = \\ &= \sqrt[3]{80} = 4 \end{aligned}$$

$$t = \sqrt[3]{40+\sqrt{1573}} + \sqrt[3]{40-\sqrt{1573}}$$

$$t = \sqrt[3]{t^3} \Rightarrow t = \sqrt[3]{(40+\sqrt{1573}) + (40-\sqrt{1573})} =$$

$$= \sqrt[3]{80 + 9t}$$

$$\Rightarrow t^3 = 80 + 9t$$

$$\Rightarrow t=5$$

не доказано, нужно
доказать!
и проверить!

ответ: 5

ШИФР

385

✓ 4

$$\lg(3x-1) = \frac{\lg(x+13) + \lg(x+1)}{2} \quad \text{ОДЗ?}$$

$$\lg(3x-1) = \frac{\lg((x+13)(x+1))}{2}$$

$$\lg(3x-1) = \lg(\sqrt{x^2+14x+13})$$

$$\Rightarrow 3x-1 = \sqrt{x^2+14x+13} \quad 3x-1 \geq 0!$$

$$9x^2+1-6x = x^2+14x+13$$

$$8x^2-20x-12=0$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: 3 ;

поскольку корень,
 $\left(-\frac{1}{2}\right)?$