



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 113

Класс _____ Вариант _____ Дата Олимпиады _____

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	15	0	2	15	72	семьдесят два	 Козметер Н.В.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

(а.б.)с.г.д(в.е.)



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

3113

1) Дано:

$$t_{\text{пер.}} = 5 \text{ ч}$$

$$t_{\text{реш.}} = 4,75 \text{ ч}$$

$$t_1 = 2 \text{ ч}$$

$$t_2 = 4,75 - 2 = 2,75 \text{ ч}$$

$$V_1 = x$$

$$V_1' = V_1 + 5$$

$$V_1 = ?$$

Решение:

$$V_1 \cdot t_{\text{пер.}} = V_1 t_1 + (V_1 + 5) t_2$$

$$V_1 \cdot 5 = V_1 \cdot 2 + (V_1 + 5) \cdot 2,75$$

$$3V_1 = 2,75V_1 + 5 \cdot 2,75$$

$$0,25V_1 = 13,75 \quad | \cdot 4$$

$$V_1 = 55 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: $V_{\text{нач.}} = 55 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

2) Дано:

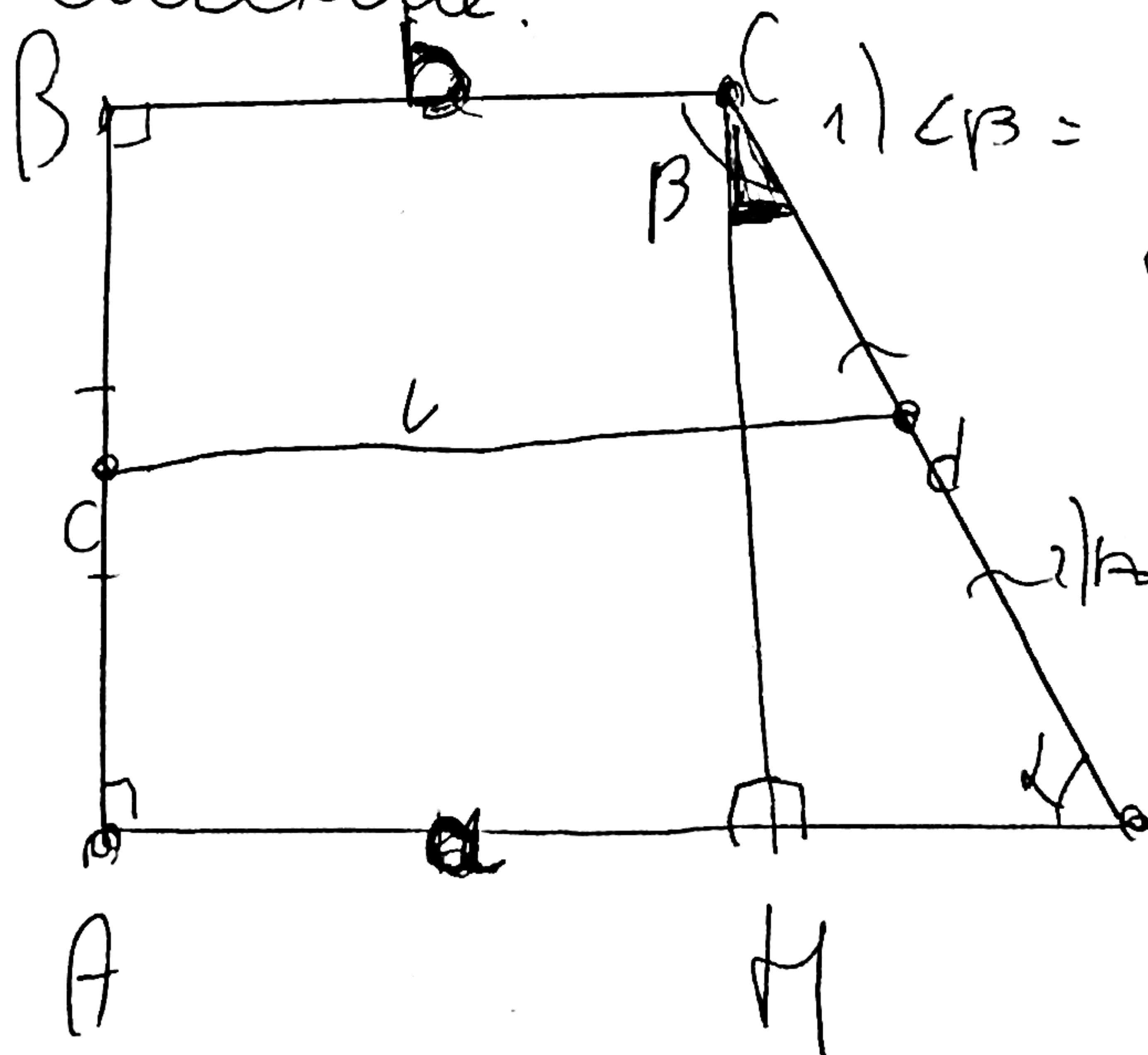
$$b = 10$$

$$d = 8$$

$$\angle \alpha = 60^\circ$$

$$l = ?$$

Решение:



1) $\angle \beta = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \alpha = 120^\circ$
сумма углов
4-х угольника

2) $\angle \gamma = 90^\circ - \alpha = 30^\circ$
по условию
высоты
с.м.

3) $\angle \delta = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ$

Ответ: 12

4) В 4-х угольнике ABCD все углы прямые $\Rightarrow$ это прямоугольник $\Rightarrow$
 $BC = AD = b = 10$

5) $\triangle HCD$ прямоугольный, $\angle HCD = 30^\circ \Rightarrow HD = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} d = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$

6) $AD = AH + HD = 4 + 10 = 14$ 7) средняя линия $l = \frac{1}{2} (a + b) =$



4) координаты точки пересечения прямой и параболы будут удовлетворять уравнениям обеих

в точке пересечения

$$2x + a = x^2 + 2x - 1$$

$$x^2 = a + 1$$

$$x = \pm \sqrt{a+1}$$

мы хотим, чтобы точка пересек. была одна, для этого $\sqrt{a+1}$ и $-\sqrt{a+1}$ должны быть равны

$$\sqrt{a+1} = -\sqrt{a+1}$$

$$2\sqrt{a+1} = 0$$

$$\sqrt{a+1} = 0$$

Ответ: $a = -1$

3) Упростить: $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \cdot \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \cdot \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$

$$a) \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

проверка:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{2} - 2 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} + \frac{1}{2} = 2 - \sqrt{3} \checkmark$$

$$b) \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

проверка:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{2} + 2 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} + \frac{1}{2} = 2 + \sqrt{3} \checkmark$$

$$= \left| \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right| = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

тогда исходное выражение приобретает вид:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1$$



ШИФР

3113

5) НОД двух чисел = 18

$$1-e = 18 \cdot a, \quad 2-e = 18 \cdot b, \quad \text{где } a, b \in \mathbb{Z}$$

НОК 2-х чисел = 630

$$630 = 18 \cdot a \cdot x = 18 \cdot b \cdot y, \quad \text{где } x, y \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} 35 &= \frac{ax}{18} = \frac{by}{18} \\ 5 \cdot 7 &= \frac{ax}{18} = \frac{by}{18} \end{aligned}$$

простые

$$\begin{cases} \frac{ax}{18} = 7 \\ \frac{by}{18} = 5 \end{cases}^*, \quad \text{при этом } a, b, x, y \in \mathbb{Z}$$

$$a = 7 \cdot 18 = 126$$

$$b = 5 \cdot 18 = 90$$

Ответ: одно из чисел = 90, второе = 126

$$8) x^2 + \frac{16x^2}{(x+4)^2} = 33$$

$$x \neq -4$$

$$\frac{x^4 + 16x^2 + 32x^2}{(x+4)^2} = 33$$

$$\frac{x^2(x^2 + 8x + 32)}{(x+4)^2} = 33$$

Ответ: 0

не имеет решений, т.к. числитель

отсутствует делители не делится на знаменатель

* или наоборот, не верно

ШИФР 3113

6) Заметим, что изначально девочки
составляли 50% школьников, малыши -
аналогично (100% - 50% = 50%)
если бы среди учеников девочек
было меньше половины, то ~~какая~~ их
процентная составляющая бы увеличилась
умно 3, 4 или 5 девочек

Заметим также, что чем больше участников,
тем меньше процентов "присаживается" на
1-го человека.

Рассмотрим так вот ко-во человек изначально
[умно 5 девочек. Значит осталось $\frac{70}{2-5} = 30$

$$\begin{array}{r}
 30 \\
 \overline{) 65} \\
 130 \\
 \hline
 265 \\
 \overline{) 48} \\
 100 \\
 \hline
 148
 \end{array}
 \Rightarrow \frac{600}{1300} < \frac{624}{1300}$$

раз при 70 человек это будет 7
меньше 48%, то при меньшем
ко-ве людей тоже.

аналогично с 4-мя девочками, умно 5 девочек уйти не можно,
Обозначим за x начальное ко-во людей

$$\frac{\frac{x}{2} - 3}{x - 5} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$$

$$12x - 60 = 12,5x - 75$$

$$x = 30$$

Ответ: 30 человек
принимая участие в олимпиаде

ШИФР 3113

у) а) ~~сложим исходные рав-ва~~

~~$-24 + 5x + 2y + z = 1$~~ ~~б) сложим a'' и b'' и c''~~

~~д) вычитаем~~

~~$2t - 64 + x + z = -5$~~

~~$t = 44 + 3x + y + z = 2$~~

Решение:

у) а) $t - 44 + 3x + y + 3z = -2$ | $\cdot 8$ Ответ: 21

$-8t + 324 - 24x - 8y - 24z = 16$

+

$-8t = 16 - 324 + 24x + 8y + 24z$

д) подставим значение $-8t$ в выражение, знач. кот-го мы ищем

$16 - 324 + 24x + 8y + 24z + 224 + x + 2y - 19z =$
 $= 16 - 104 + 25x + 10y + 5z^*$

б) из 1-го известного нам условия $t = -2 + 44 - 3x - y - 3z$

подставим значение во второе изв. нам усл.

~~$2 - 44 + 3x + y + 3z + 24 + 2x + y - 3z = 3$~~

$-24 + 5x + 2y + z = 1$

$z = 1 - 2y - 5x + 24$

е) подставим это значение z в (*):

$-16 - 104 + 25x + 10y - 5(1 - 2y - 5x + 24) = 16 - 104 + 25x + 10y + 5 \cdot 10y$
 $25x + 104 = 21$

ШИФР 3113

10) Обозначим за x - величину дуги
 $0,12x - 0,12 - \frac{0,12x - 0,12}{x} = 0,03x$

$$0,09x - 0,24 + \frac{0,12}{x} = 0$$

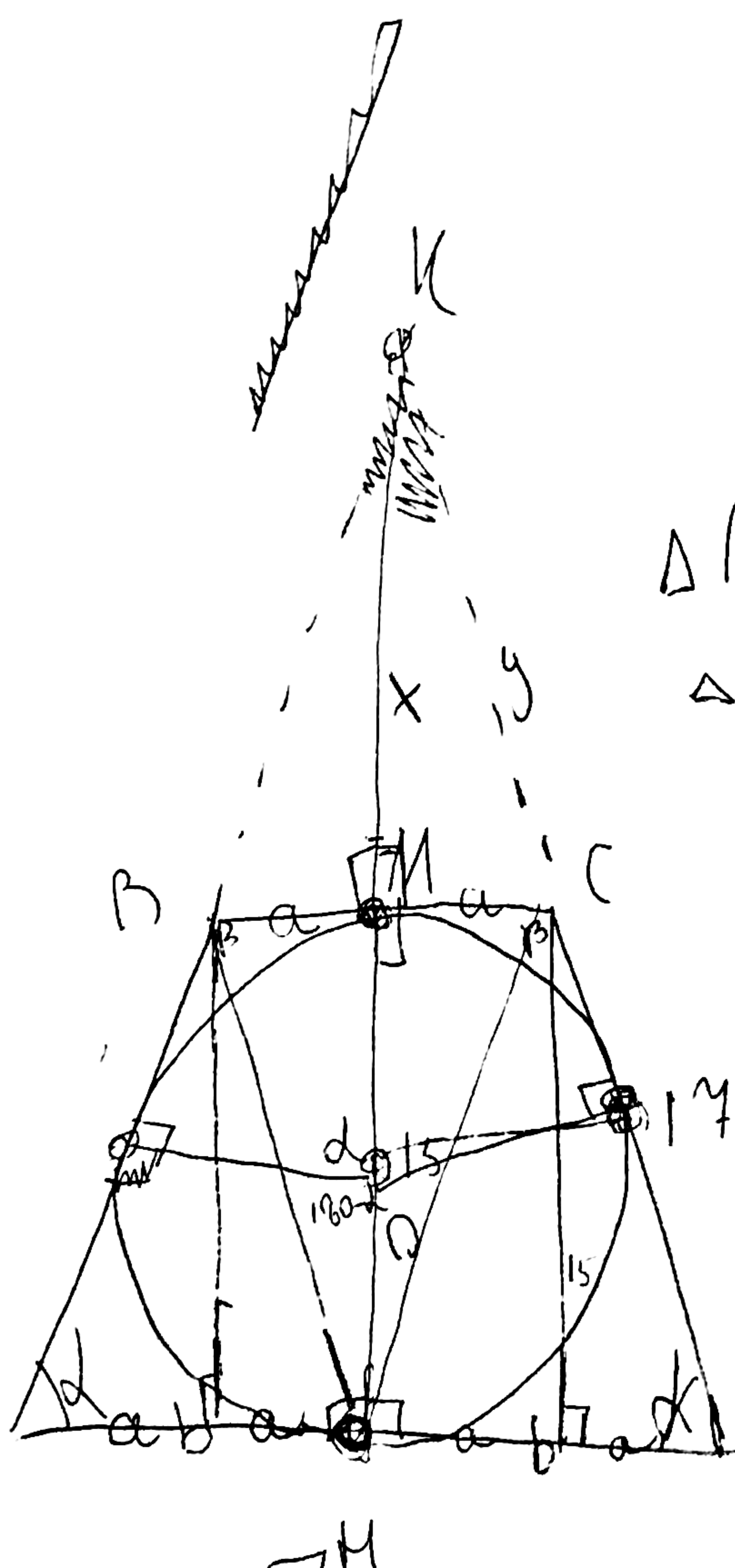
$$3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{64 - 48}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6} = 2 \text{ и } \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$ не подходит,
т.к. отсюда
нельзя найти
1 и

Ответ: 2 и

9)



Заметим, что диаметр
 MM - высота трапеции,
 радиус стороны AB и CD о пересеч.
 $\triangle AKD$ - р/б ($AK = KD$), $\triangle BKC$ - р/б ($BK = KC$). KL (или KL) - выс. дуги, кас.
 $\triangle KMC$ и $\triangle KMD$

$$\frac{x}{x+15} = \frac{y}{y+17} \text{ (из подобия } \triangle KMC \text{ и } \triangle KMD)$$

$$y = \sqrt{x^2 + a^2} \text{ (} \triangle KMC \text{ - прямоуголь.)}$$

$$x\sqrt{x^2 + a^2} + 17x = x\sqrt{x^2 + a^2} + 15\sqrt{x^2 + a^2}$$

$$289x^2 = 225x^2 + 225a^2$$

$$8x = 15a \quad a = \frac{8}{15}x \quad \checkmark$$

$$y = \sqrt{x^2 + \left(\frac{8}{15}x\right)^2} = \frac{17}{15}x$$

$$\triangle KOB \sim \triangle BMK \sim \triangle KMD$$

$$x+15 = \frac{17}{15}x \quad \frac{15}{15}x + 15 = \frac{17}{15}x \quad \frac{15}{15}x + 15 = \frac{17}{15}x$$