

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 31 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания КНИТУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	0	20	0					50	пятьдесят	

N1.

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = ?$$

$$\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2} = 4 \quad || \cdot 3$$

$$\left(\frac{a^4 - 9}{3a^2} \right)^3 = 4^3$$

$$\frac{a^{12} - 27a^8 + 3 \cdot a^4 \cdot 27 - 729}{27a^6} = 64$$

$$\frac{(a^{12} - 729) + (243a^4 - 27a^8)}{27a^6} = 64$$

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} + \frac{243a^4 - 27a^8}{27a^6} = 64$$

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = 64 - \frac{9}{a^2} + a^2$$

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = 64 + 3 \left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2} \right)$$

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = 64 + 12$$

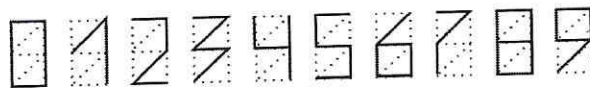
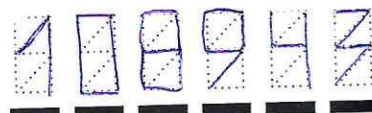
$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = 76$$

Ответ: 76



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

№3

$$4x - x^2 + \sqrt{(9-x^2)/(-7+8x-x^2)} = 7$$

$$\sqrt{(x^2-9)/(x^2-8x+7)} = x^2-4x+7 \quad | \uparrow^2$$

$$(x^2-9)/(x^2-8x+7) = (x^2-4x+7)/(x^2-4x+7)$$

$$\cancel{x^4} - \cancel{8x^3} + 7\cancel{x^2} - 9x^2 + 72x - 63 = \cancel{x^4} - \cancel{4x^3} + 7\cancel{x^2} - \cancel{4x^3} + 16x^2 - 28x + 7x^2 - 28x + 49$$

$$-9x^2 + 72x - 63 = 16x^2 + 7x^2 - 28x - 28x + 49$$

$$-9x^2 + 72x - 63 = 23x^2 - 56x + 49$$

$$32x^2 - 128x + 112 = 0$$

$$2x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$D = 64 - 56 = 8$$

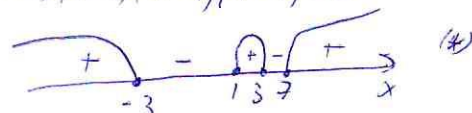
$$x_1 = \frac{8+2\sqrt{2}}{4} = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1) - \text{удовл. } (*)$$

$$x_2 = \frac{8-2\sqrt{2}}{4} = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) - \text{удовл. } (*)$$

Ответ: $x_1 = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}; x_2 = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$(x^2-9)/(x^2-8x+7) \geq 0$$

$$(x+3)(x-3)/(x-1)(x-7) \geq 0$$



$$(1) \quad 0 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 1$$

$$2 < 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} < 3$$

$$(2) \quad 1 < -\frac{\sqrt{2}}{2} < 0$$

$$1 < 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} < 2$$

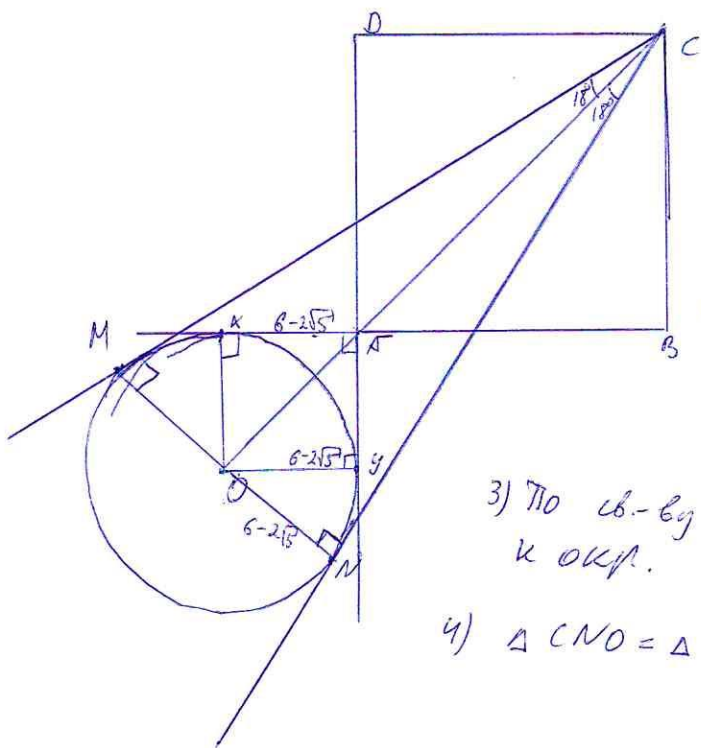
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

N 2



1) Пусть пр. BA кас. окр. в т. K,

а пр. AD кас. окр. в т. Y

$$\Downarrow$$

$$OK = OY = R$$

$$\angle KAY = \angle BAD = 90^\circ \text{ и } \angle AXO = \angle AYO = 90^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$OKAY - \text{кв. и } OY = AY = XD = OX = 6 - 2\sqrt{5}$$

2) Из точки C проведем 2 кас.:
CN и CM

$$\Downarrow$$

$$OM \perp CM \text{ и } ON \perp CN, OM = ON = R = 6 - 2\sqrt{5}$$

3) По св-ву кас. MC = CN, т.к. это кас. проведенные к окр. из одной точки.

4) $\triangle CNO = \triangle CMO$ - прями (по 2 катетам):

1. $ON = OM$
2. $CN = CM$

$$\Downarrow$$

$$y = \Delta \text{ соответ. элементы равны} \Rightarrow \angle MCO = \angle OCN = 18^\circ$$

5) В $\triangle MCO$: $\sin 18^\circ = \frac{MO}{OC}$

$$OC = \frac{MO}{\sin 18^\circ} = \frac{(6 - 2\sqrt{5}) \cdot 4}{\sqrt{5} - 1} = \frac{24 - 8\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} = \frac{(24 - 8\sqrt{5})(\sqrt{5} + 1)}{5 - 1} = \frac{24\sqrt{5} + 24 - 8 \cdot 5 - 8\sqrt{5}}{4};$$

$$OC = \frac{16\sqrt{5} - 16}{4} = 4\sqrt{5} - 4$$

$$OC = OA + AC$$

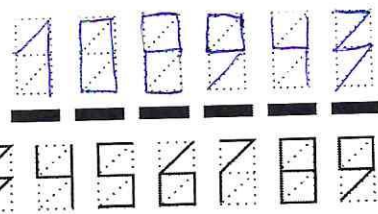
В $\square OYAK$: $OA = OY\sqrt{2} = (6 - 2\sqrt{5})\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{10}$

$$AC = OC - OA = 4\sqrt{5} - 4 - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{5} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{10} - 4$$

В $\square ABCD$: $AC = AB\sqrt{2}$

$$AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{5} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{10} - 4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{10} - 6 \cdot 2 + 2 \cdot 20 - 4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{2} - 6$$

Ответ! $AB = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{2} - 6$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

№5

$$(k^2 - 3k - 10)x^2 + (3k - 8)x + 2 = 0$$



$$D = 8^2 - 4ac = 9k^2 - 96k + 64 - 4(k^2 - 3k - 10) = 9k^2 - 96k + 64 - 4k^2 + 12k + 40 = 5k^2 - 84k + 104 = (k - 12)^2$$

$$x_1 = \frac{-3k + 8 \pm \sqrt{(k-12)^2}}{2k^2 - 6k - 20} = \frac{k + 2}{k^2 - 3k - 10}$$

$$k^2 - 3k + 10 = 0$$

$$D = 9 - 40 = -31$$

$$\begin{cases} k_1 = \frac{3+2}{2} = 5 \\ k_2 = \frac{3-2}{2} = 0.5 \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{-2k + 10}{k^2 - 3k - 10}$$

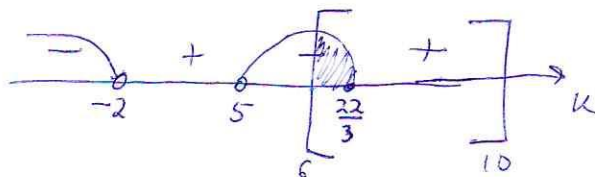
1) $x_1 \leq 2x_2$

$$\frac{-k-2}{k^2-3k-10} - \frac{2(10-2k)}{k^2-3k-10} \leq 0$$

$$\frac{-k-2-20+4k}{k^2-3k-10} \leq 0$$

$$\frac{3k-22}{(k+2)(k-5)} \leq 0$$

$$\frac{k - \frac{22}{3}}{(k+2)(k-5)} \leq 0$$



$$\frac{22}{3} \vee 6$$

$$\frac{22}{3} \vee \frac{18}{3}$$

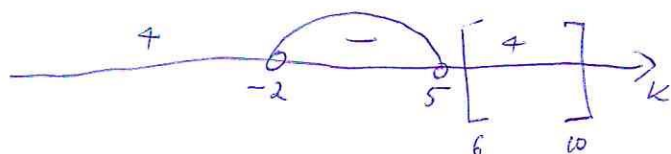
$$\frac{22}{3} > \frac{18}{3}$$

2) $x_2 \leq 2x_1$

$$\frac{-2k+10}{k^2-3k-10} + \frac{2k+4}{k^2-3k-10} \leq 0$$

$$\frac{-2k+10+2k+4}{k^2-3k-10} \leq 0$$

$$\frac{14}{(k+2)(k-5)} \leq 0$$



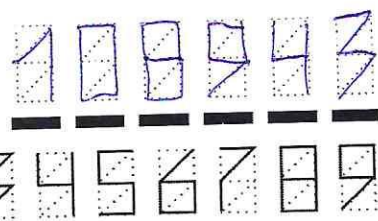
-нет пересечения.

И.е. условие может выполняться в первом случае при $k \in [6; \frac{22}{3}]$ Лист 4 из 5



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

№5 (продолжение)

$$P(A) = \frac{P_{\text{благоприятств}}}{P_{\text{всех}}} = \frac{\frac{22}{3} - \frac{18}{3}}{10 - 6} = \frac{4}{3} : \frac{4}{1} = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3}$$

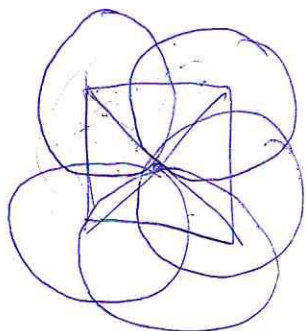
$K \in \left[6; \frac{22}{3}\right]$ - удовлетворяет

Вероятность = $\frac{1}{3}$

Ответ: $\frac{1}{3}$

№4

Области покрытия дугами пересекаются (прикрываются)



№6

По 1. Внета же кубического уравнения.

Найти x, y, z и найти ε траса.