



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

105757

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Класс 9 Вариант 12 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания УТНТУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	1	15	20	20	0	-	-	-	-	61	шестьдесят один	



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

105957

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

1. Разложите многочлены на множители.

$$a^8 - 256 = (a^4 - 16)(a^4 + 16) = (a^2 - 4)(a^2 + 4)(a^4 + 16)$$

$$\frac{a^{1/2}}{2} - \frac{2^{1/2}}{a} = \frac{a^2 - 4}{2a} = 3 \quad (*)$$

$$\frac{(a^2 - 4)(a^2 + 4)(a^4 + 16)}{16a^4} \cdot \frac{2a}{a^2 + 4} = \frac{(a^2 - 4)\cancel{a^2 + 4}(a^4 + 16) \cdot \cancel{2a}}{16a^4 \cdot \cancel{a^2 + 4}} =$$

$$= \frac{(a^2 - 4)(a^4 + 16)}{8a^3} = \frac{a^2 - 4}{2a} \cdot \frac{(a^4 + 16)}{4a^2}$$

Заметим, что $\frac{a^2 - 4}{2a} = 3 \quad (*)$. Значит, нам надо найти $\frac{a^4 + 16}{4a^2}$.

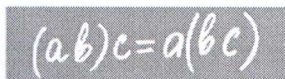
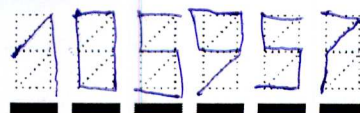
(*) $\frac{a^2 - 4}{2a} = 3$. Возведем обе части в квадрат.

$$\frac{a^4 - 8a^2 + 16}{4a^2} = 9$$

Заметим, что $\frac{a^4 + 16}{4a^2} = \frac{(a^2 - 4)^2}{4a^2} + \frac{8a^2}{4a^2} = 9 + 2 = 11$.

Значит, искомое выражение равно $11 \cdot 3 = 33$

Ответ: 33



$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

5. Если x_0 и y_0 решение системы, значит при ее подстановке, система обращается в верное равенство.

$$\begin{cases} x^3 - 2023x = 2023y - y^3 - 2020 & (1) \\ x^2 - xy + y^2 = 2022 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^3 - 2023x - 2023y + y^3 = -2020$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) - 2023(x+y) = -2020$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2 - 2023) = -2020$$

Подставим x_0 и y_0

$$(x_0 + y_0)(x_0^2 - x_0y_0 + y_0^2 - 2023) = -2020 \quad (*)$$

Заметим, что из (2) получаем, что $x_0^2 - x_0y_0 + y_0^2 = 2022$.
Подставим в (*).

$$(x_0 + y_0)(2022 - 2023) = -2020$$

$$\Rightarrow (x_0 + y_0) = -2020 \quad | \cdot (-1)$$

$$x_0 + y_0 = 2020$$

Значит, $x_0 + y_0 = 2020$

Ответ: 2020



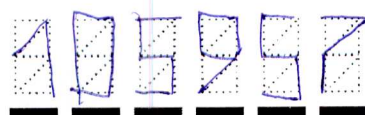
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

4. Пусть $v_a, v_{ak}, v_{схл/ч}$ скорости автомобиля, авто. каршеринга и самоката соответственно. Пусть $S_{км}$ - расстояние между университетами. Тогда, по условию:

$$\begin{cases} 4(v_{ak} + v_a) = S \\ v_c \cdot t = 1 \text{ км. к самокат отъезжал всего на километр,} \\ v_a = 6v_c \\ v_c = \frac{18}{84 + x} \\ v_{ak} = \frac{18}{84 + x} \end{cases} \quad - x \text{ - время, за которое авто. карш. проезжает } 18 \text{ км.}$$

~~мы~~ Запишем второе условие в виде $\begin{cases} v_c \cdot t = 1 \\ v_a \cdot t = S - 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} 6v_c t = 6 \\ v_a t = S - 1 \\ v_a = 6v_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_a t = 6 \\ v_a t = S - 1 \\ v_a = 6v_c \end{cases} \Rightarrow S = 7 \text{ км} \quad \text{Значит,}$$

$$\begin{cases} 4(v_{ak} + v_a) = 7 \\ v_{ak} + v_a = \frac{7}{4} \\ v_a = 6v_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{ak} + v_a = \frac{7}{4} \\ v_a = \frac{108}{84 + x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{108}{84 + x} + \frac{18}{x} = \frac{7}{4} \\ v_a = \frac{108}{84 + x} \end{cases} \quad (1)$$

Остается решить (1)



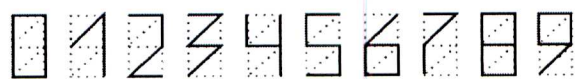
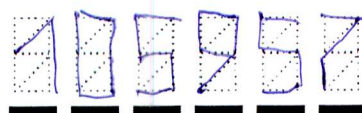
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

4-продолжение.

$$\frac{108}{84+x} + \frac{18}{x} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{108x + 1512 + 84 \cdot 18x}{(84+x)x} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{126x + 1512}{(84+x)x} = \frac{7}{4} \quad (\text{крест накрест, } x \text{ не может быть неизвестностью})$$

$$7(x^2 + 84x) = 504x + 6048$$

$$7x^2 + 588x - 504x - 6048 = 0$$

$$7x^2 + 84x - 6048 = 0 \quad | : 7$$

$$x^2 + 12x - 864 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 144 + 4 \cdot 864; D = 144 + 3456; D = 3600$$

$$\sqrt{D} = 60$$

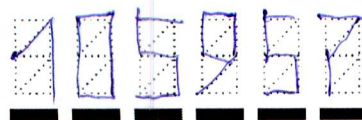
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-12 + 60}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$x_2 = \frac{-12 - 60}{2} = -36 - \text{восторонний корень}$$

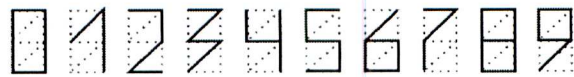
Значит, время, за которое авто-каршеринг проезжает 18 км - 24 минуты.

~~Значит~~ - значит, $v_{\text{ак}} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ км/мин *в км/час*.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Значит, $v_c = \frac{18}{24+24} = \frac{18}{48} = \frac{1}{6}$ км/мин.

Отсюда $v_a = 6 \cdot v_c = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1$ км/мин

$v_a = 1$ км/мин = 1 км/мин. $60 = 60$ км/ч

$v_c = \frac{1}{6}$ км/мин = $\frac{1}{6}$ км/мин $\cdot 60 = 10$ км/ч

$v_{ак} = ?$

Ответ: 10 км/ч,
60 км/ч

2. ~~Изображение на микрофоне будет, а~~ Пусть F и E - точки касания окружности с ~~пересе~~ продолжениями сторон AB и AD, G и H - точки касания с окружностью с касательными C.

Пусть о условии $\angle GCH = 60^\circ$. Проведём CD. CD - бисс. (св-во отрезков касательных) $\Rightarrow \angle GCD = 30^\circ$. $\triangle DGC$ - прям. (радиус проведён в точку касания) $\Rightarrow \angle GDC = 60^\circ$.

$\angle GCD = 30^\circ$
 $\triangle DGC$ - прям. $\Rightarrow DG = \frac{1}{2} DC$

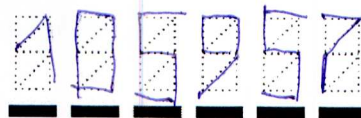
Значит, чтобы расписать ГВ Гиратора, нам нужна GG.

$AE = AF$ (отрезки касательных), $AE = AB + BE = 4 + BE$
Отмерим на AF отрезок, равный 4 см. Пусть пересечение - T



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$\Delta FGT \sim \Delta FDC$ (два угла)

$$\frac{FG}{DC} = \frac{FT}{FD}$$

Пусть $FT = x$, тогда

$$\frac{x}{x} = \frac{x}{8x}$$

Вспомогательная точка G на DC, получаем

$$GC = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ см}$$

Значит, в ΔOGC по ПТ Пифагора:

$$OG^2 + GC^2 = OC^2$$

$$\left(\frac{1}{2}OC\right)^2 + (\sqrt{80})^2 = OC^2$$

$$\frac{3}{4}OC^2 = 80 \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$$OC = \sqrt{\frac{320}{3}} = 8\sqrt{\frac{5}{3}} \Rightarrow OG = 4\sqrt{\frac{5}{3}}$$

Нет чертежа, ответ неверный.

Ответ: $4\sqrt{\frac{5}{3}} \text{ см}$



Бланк олимпиадной работы

Задача 3. Пусть S - общее кол-во всего,
 $X_{\text{ит}}$ количество суриков, Y - количество утят.
 Пусть $X_{\text{и}}$, $X_{\text{оз}}$, $Y_{\text{и}}$, $Y_{\text{оз}}$ - морск., оз. сурик и морск.,
 оз. утяти. соответственно.
 По условию $X_{\text{и}} = 0$, также, по условию:

$$\frac{X}{S} = \frac{1}{7} \quad (\text{вероятность это дробь, равная отношению} \\ \text{нужного нам исхода к общему кол-ву}). \text{ Так как } X_{\text{и}} = 0, \text{ получим.}$$

$$\frac{X_{\text{оз}}}{S} = \frac{1}{7} \Rightarrow S = 7X_{\text{оз}}$$

Также, по условию имеем:

$$\frac{Y_{\text{и}}}{S} = \frac{9}{14} \Rightarrow S = \frac{14Y_{\text{и}}}{9}$$

Можно приравнять

$$7X_{\text{оз}} = \frac{14Y_{\text{и}}}{9}$$

$$63X_{\text{оз}} = 14Y_{\text{и}}$$

или надо найти $X_{\text{оз}} + Y_{\text{оз}}$.

$$63X_{\text{оз}} = 14(Y - Y_{\text{оз}})$$

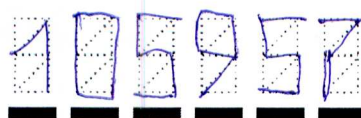
$$63X_{\text{оз}} = 14Y - 14Y_{\text{оз}}$$

$$63X_{\text{оз}} + 14Y_{\text{оз}} = 14Y$$



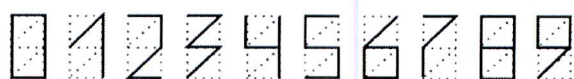
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Продолжение задания 3.

~~Заметим, что $14y = 14(y_{\text{л}} + y_{\text{оз}}) = 14(\frac{95}{14} + y_{\text{оз}}) = 95 + 14y_{\text{оз}}$~~

~~Выразим $x_{\text{оз}}$ как $\frac{5}{7}$ и $y_{\text{оз}}$ как $y - y_{\text{л}} = y - \frac{95}{14}$~~

~~Тогда $x_{\text{оз}} + y_{\text{оз}} = \frac{5}{7} + y - \frac{95}{14} = \frac{25}{14} - \frac{95}{14} + y = y - \frac{1}{2}5$~~

~~$x_{\text{оз}} + y_{\text{оз}} = y - \frac{1}{2}5$~~

Вероятность того, что монета окажется и не морским сушкинкой и не сурсеей равна $1 - \frac{1}{7} - \frac{9}{14} = \frac{14}{14} - \frac{2}{14} - \frac{9}{14} = \frac{3}{14}$.

$\frac{3}{14}$ - это вероятность того, что монета будет морским сушкинкой.

Значит, их количество $\frac{14}{3}5$, а количество озерных сурсеей равно $\frac{5}{7}$.

Общее количество монетов озерно-ледниковой гавани равно

~~$x_{\text{оз}} + y_{\text{оз}} = \frac{35}{14} + \frac{5}{7} = \frac{35}{14} + \frac{25}{14} = \frac{60}{14}$~~



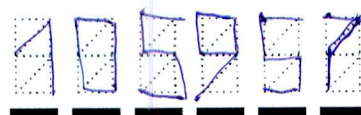
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

~~Ответ~~ Монолитов озеро ледникового характера
имеется $\frac{5S}{14}$, где S - общее количество монолитов.

Учитывая, что монолитов почти 100, а их количество
должно быть кратно 14, получаем, что их 98
($14 \cdot 7$). Значит их $\frac{5}{14} \cdot 98 = 35$ монолитов

Ответ: 35 монолитов

Задача 6.

Представим внутреннюю площадь как окружность с
центром в центральной точке. Ее радиус - как
минимум 1 км.

Если надо расположить 5 радиаров, чтобы они
засеивали эту область. Очевидно, что их надо
расположить на вершинах правильного пятиугольника,
который вписан в окружность, радиус которой мы и
ищем.

решения нет