

Бланк олимпиадной работы

Класс 9 Вариант 11 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания УГНТУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	9	15	20	20	0	-	-	-	-	69	шестьдесят девять	<i>[Signature]</i>

Задача (5)

Найти: $x_0 - y_0 = ?$

По условию: $x = x_0, y = y_0$

$$\begin{cases} x^2 - 2023x = y^2 - 2023y + 2020, \\ x^2 + xy + y^2 = 2022 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 - 2023x + 2023y = 2020, \\ x^2 + xy + y^2 = 2022 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2) - 2023(x-y) = 2020, \\ x^2+xy+y^2 = 2022 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2 - 2023) = 2020, \\ x^2+xy+y^2 = 2022 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-y)(2022 - 2023) = 2020, \\ x^2+xy+y^2 = 2022 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-y) \cdot (-1) = 2020, \\ x^2+xy+y^2 = 2022 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y = -2020, \\ x^2+xy+y^2 = 2022 \end{cases}$$

Подставим значение (x^2+xy+y^2)

$$x-y = x_0 - y_0 = -2020$$

$$\text{Ответ: } x_0 - y_0 = -2020.$$

Задача (1)

Найти: $\frac{a^8 + 256}{16a^4}$, если $\frac{a}{2} + \frac{2}{a} = 5$

$$\frac{a}{2} + \frac{2}{a} = \frac{a^2 + 2^2}{2a} = \frac{a^2 + 4}{2a} = 5$$

$$a^2 + 4 = 10a$$

$$\text{Решим } (a^8 + 256): a^8 + 256 = (a^4 + 16)^2 - 32a^4 = \left(\frac{a^2 + 4}{1} \right)^2 - 8a^2 - 32a^4$$

$$\text{Подставим: } \frac{a^8 + 256}{16a^4} = \frac{((a^2 + 4)^2 - 8a^2) - 32a^4}{16a^4} = \frac{(10a)^2 - 8a^2}{16a^4} - 32a^4 = \frac{(100a^2 - 8a^2) - 32a^4}{16a^4} = \frac{(92a^2) - 32a^4}{16a^4}$$



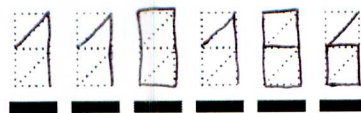
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

$$\frac{a^8 + 256}{16a^4} = 23^2 - 2 = 529 - 2 = 527 \quad 23^2 = 529$$

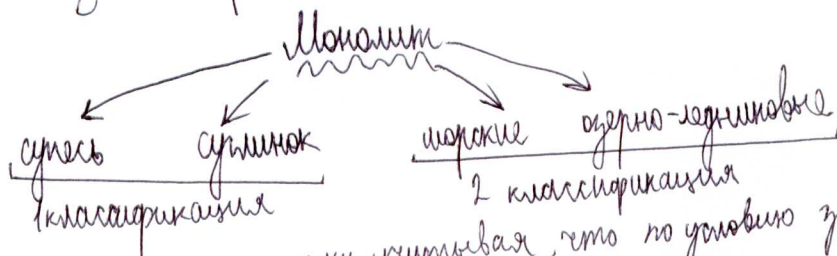
Ответ: $\frac{a^8 + 256}{16a^4} = 527$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ + 460 \\ \hline 529 \end{array}$$

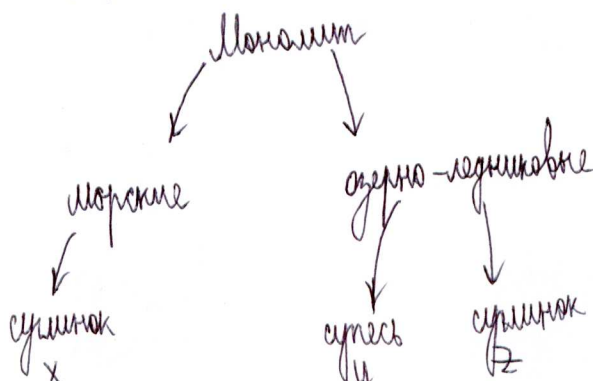
Задача 3

Поскольку Инженер-лаборанту привезли около 200 монументов, следовательно общее количество монументов ≤ 200 .

Сделаю схему классификации монументов:



Поскольку дана эта иерархически, учитывая, что по условию задачи морских сушинок не было.



15

Пусть количество морского сушинка - "x", тогда количество озерно-ледниковой сушины - "y", количество озерно-ледниковой сушины - "z".
Следовательно, по условию задачи $y = \frac{1}{9}$, $x = \frac{11}{18}$. $\Rightarrow$ система уравнений: $\begin{cases} x = \frac{11}{18} \\ y = \frac{1}{9} \end{cases}$

Найти нужно общее количество озерно-ледниковых генерисов, то есть $y + z$.

$$\begin{cases} x = \frac{11}{18} \\ y = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow y + z = \frac{7}{18}$$

Ближайшее к 200 число, кратное 18 - 198, тогда $y + z = \frac{198}{18} \cdot \frac{7}{18} = 77$.

Ответ: монументов озерно-ледниковой генериса - 77



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Задание 4

Пусть Саша ехал со скоростью $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, Женя со скоростью $y \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, Владимир Сергеевич со скоростью $z \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Пусть расстояние между корпусами $- S \text{ км}$.

$$\text{ОДЗ: } x > 0, y > 0, z > 0.$$



- Если Саша и Владимир Сергеевич встретились через $3 \text{ мин} = \frac{3}{60} \text{ ч} = \frac{1}{20} \text{ ч} \Rightarrow \frac{S}{x+z} = \frac{1}{20}$
- Если Женя и Владимир Сергеевич встретились на расстоянии 1 км от I корпуса $\Rightarrow$ Женя проехал за это время 1 км , а преподаватель $(S-1) \text{ км}$, тогда $\frac{1}{y} = \frac{S-1}{z}$
- Если самолет 30 км пролетает на $1,25$ дольше, $\Rightarrow \frac{30}{y} = \frac{30}{x} + 1,25$
- Скорости самолета в 4 раза меньше чем скорости преподавателя $\Rightarrow y = \frac{1}{4}z$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 1. \frac{S}{x+z} = \frac{1}{20} \\ 2. \frac{1}{y} = \frac{S-1}{z} \\ 3. \frac{30}{y} = \frac{30}{x} + 1,25 \\ 4. y = \frac{1}{4}z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{S}{x+z} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{y} = \frac{S-1}{z} \\ \frac{30}{y} = \frac{30}{x} + 1,25 \\ y = \frac{1}{4}z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z=100 \\ x=100-z \\ z=100-x \\ y=\frac{1}{4}(100-x)=25-0,25x \\ x=100-4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=100-4y \\ \frac{1}{y} = \frac{S-1}{z} \\ \frac{30}{y} = \frac{30}{x} + 1,25 \\ y = \frac{1}{4}z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30x = 30y + 1,25xy \\ x = 100 - 4y \end{cases}$$

$$3000 - 120y = 30y + 1,25y(100-4y)$$

$$\begin{aligned} 3000 - 120y &= 30y + 125y - 5y^2 \\ 5y^2 - 275y + 3000 &= 0 \quad | :5 \\ y^2 - 55y + 600 &= 0 \\ D &= 3075 - 2400 = 675 \\ y &= \frac{55 \pm 25}{2} \\ y_1 &= \frac{80}{2} = 40 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right) \\ y_2 &= \frac{30}{2} = 15 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 55 \\ 55 \\ \hline 275 \\ + 275 \\ \hline 3025 \end{array}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Задача 4

9) Представим для каждого значения „у“ значения „х“ и „z“.

$$\begin{cases} x = 100 - 4y \\ z = 4y \end{cases} \Rightarrow y_1 = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}; x_1 = 100 - 4 \cdot 40 = -60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, \text{ т.к. } x > 0; z_1 = 160 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$\Rightarrow y_2 = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, x_2 = 100 - 4 \cdot 15 = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, z_2 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

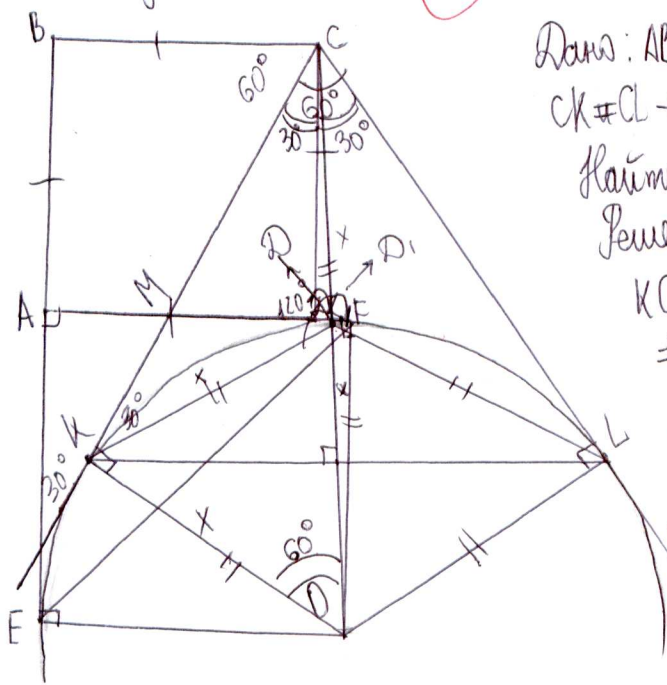
$y = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ не удовлетворяет ОДЗ $\Rightarrow x_2 = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, y = y_2 = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, z = z_2 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Ответ: их скорости - $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Задача 2

(9)

не все случаи

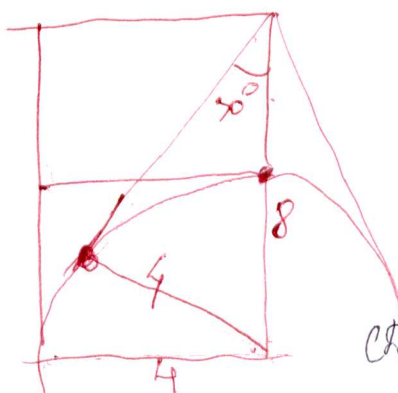


Дано: ABCD - квадрат, AF = AE = 4 см - касательные к описанной окружности (O; OF), CK = CL - касательные к описанной окружности (O; OF), $\angle KLB = 60^\circ$.

Найти: AB.

Решение: соединим C и O, LD и KO. По свойству касательных $KO \perp CK$ и $CL \perp LO$, $KO = LO$ - радиусы, $CK = CL$ - касательные $\Rightarrow \triangle KCO = \triangle LCO \Rightarrow CO$ - биссектриса $\Rightarrow \angle KCO = \angle LCO = 30^\circ$.
 $\Rightarrow$ по теореме о сумме углов треугольника $\angle KOC = 60^\circ$.
 По свойству равнобедренного $\triangle KOC$ против угла $30^\circ \Rightarrow KO = \frac{1}{2} CO$. Пусть $KO = x \Rightarrow CO = 2x \Rightarrow$ радиус описанной окружности.

По свойству касательных аналогично $AE \perp EO$ и $AF \perp FO \Rightarrow EAFO$ - квадрат $\Rightarrow$ радиус $x = 4$ см.
 $\Rightarrow CO = 2x = 8$ см. Рассмотрим $\triangle CKO$ в нем $CO = 2x = 8$ см.
 $\Rightarrow CK = 4$ см.



$CO = AB = BC = AD = 4$ см
 Ответ: $AB = 4$ см.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



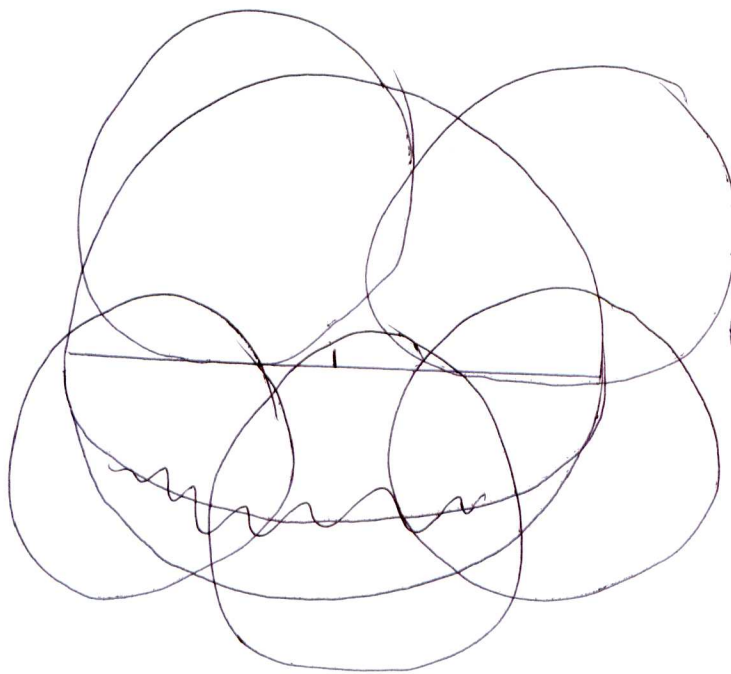
ШИФР

110106

0123456789

Бланк олимпиадной работы

Задача 16



Общая площадь кольца $S_5 = 10^2 \cdot \pi = 100 \cdot 3,14 = 314 \text{ км}^2$
Площадь покрываемой радиусом области $S_m = 15^2 \cdot \pi = 15^2 \cdot 3,14 = 169 \cdot 3,14 = 530,66 \text{ км}^2$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \\ 23 \\ 169 \\ \times 3,14 \\ \hline 676 \\ + 169 \\ 507 \\ \hline 530,66 \end{array}$$

0

Если радар находится вне кольца, то он покрывает область

При этом если радар находится на расстоянии R от центра окружности, то он будет касаться прямо на кольцо.

