ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Санкт-Петербургский Государственный электротехничекий Университет "ЛЭТИ"

Шифр 87370 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0	15	0	0	15				

Оценка цифрами: 30 Оценка прописью: тридцать Подпись:

№1 $x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0 \quad \exists\, x^3 = t$

1) $t^3 - 2022t - \sqrt{2021} = 0$ (:) t

$t^2 - 2022 - \frac{\sqrt{2021}}{t} = 0$

$t^2 = 2022 + \frac{\sqrt{2021}}{t}$

2) $\exists\, t = -\sqrt{2021}$

$(-\sqrt{2021})^2 = 2022 - \frac{\sqrt{2021}}{\sqrt{2021}}$

$2021 = 2021$ – верно, $\exists\, t = -\sqrt{2021}$ – корень

$44 < \sqrt{2021} < 45$

$t^3 - 2022t - \sqrt{2021} \;\big|\; t + \sqrt{2021}$

$-\,t^3 + \sqrt{2021}\,t^2 \qquad t^2 - \sqrt{2021}\,t - 1$

$-\sqrt{2021}\,t^2 - 2022t$

$-\sqrt{2021}\,t^2 - 2021t$

$-\,t - \sqrt{2021}$

$-\,t - \sqrt{2021}$

0

$(t^2 - \sqrt{2021} - 1)(t + \sqrt{2021}) = 0$

$t_{2,3} = \frac{\sqrt{2021} \pm \sqrt{2021 - 4 \cdot 61}}{2}$ $\quad t_{2,3} = \frac{\sqrt{2021} \pm \sqrt{2025}}{2}$

~~$\sqrt{2021}$~~

$t_{2,3} = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}$

$x_1 = \sqrt[3]{-\sqrt{2021}} = -\sqrt[6]{2021}$

$x_2 = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}} = \sqrt[6]{\frac{2021}{4}}$

$x_3 = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}$

Отв: $x_1 = -\sqrt[6]{2021}$

$x_2 = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$

$x_3 = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}$

№2 $f(x) - (x-0,5)\, f(-x-1) = 1$

~~$f(x)$~~ $f(x-1)$ получаем в результате зеркального отображения $f(x) \to f(-x)$ затем сдвигаем вправо по оси Ox на 1

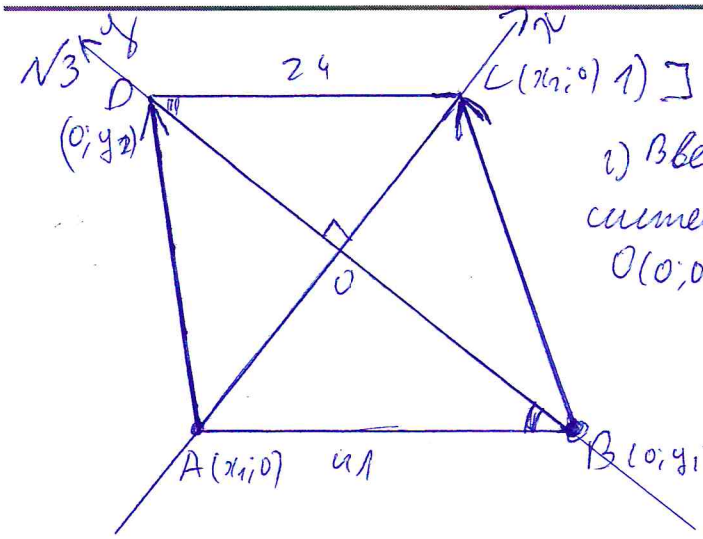
$f(-x) \to f(-x-1)$

~~$(x-0,5)$ — изменяющий коэффициент~~

при умножении $f(-x-1)$ на $(x-0,5)$, она повысит свою степень, а значит изменит своё поведение, а для того чтобы позиции ее функции была постоянной на каждом своём участке она должна вести себя одинаково, следовательно ~~функция~~.

Не существует такой ф-ии $f(x)$ при которой выражение $f(x) - (x-0,5)\, f(x-1) = 1$ будет верным.

№3



$AC \cap BD = O$

1) Введём прямоугольную систему координат

$O(0;0)$ $A(x_1;0)$ $B(0;y_1)$ $C(x_2;0)$ $D(0;y_2)$

3) $CD^2 = x_2^2 + y_2^2 = 24^2$

$AB^2 = x_1^2 + y_2^2 = 41^2$

4) $\vec{AD}\{-x_1; y_2\}$

$\vec{BC}\{x_2; -y_1\}$

5) $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = -x_1 x_2 + y_1 y_2 = -(x_1 x_2 + y_1 y_2)$

6) $\triangle ODC \sim \triangle OBA$ (по двум углам) $\Rightarrow$

$\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA} = \frac{24}{41}$ $OB = y_2 = y_1 \cdot \frac{24}{41}$ $OA = x_2 = x_1 \frac{24}{41}$ (п. 3)

7) $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = -\left(x_1 \cdot x_1 \frac{24}{41} + y_1 y_1 \frac{24}{41}\right) = \frac{24}{41}\left(x_1^2 + y_1^2\right) = \frac{24}{41} \cdot 41^2 = 24 \cdot 41 = 984$

Ответ: 984

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

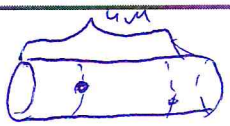
Математика

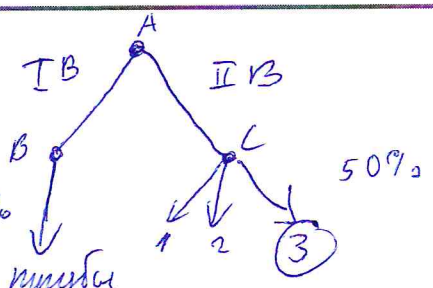
Площадка написания
Санкт-Петербургский Государственный электротехничекий Университет "ЛЭТИ"

Шифр 87370 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

№4

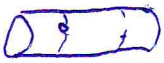




1) построим дерево событий

I В  - 2 трубы

2 трубы (не удовлетворительно)

II В  3 трубы

$\frac{50}{3} \approx 17\%$

•) из точки C - 3 пути

1 - удовлетворяет одна труба

2 - удовлетворяют 2 трубы

3 - удовлетворяют все 3

Ответ: 17%

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

ШИФР 8737[ ]

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

слоч. накопл.

a. A — ~~вычитание~~

№5

	кол-во ок	Стоимость одной ед.
Раз нер	a	A
Вто нер	b	B
Тр нер	c	C

$a+b=c$

$aA+bB=cC$

$bB=\frac{aA}{3}$

$\frac{b}{a+b+c}$ – ? (min и max?)

$18 \le C \le 42$

$10 \le A-B \le 18$

$\frac{b}{a+b+c}$ – максимально когда a_{min}, C_{min}

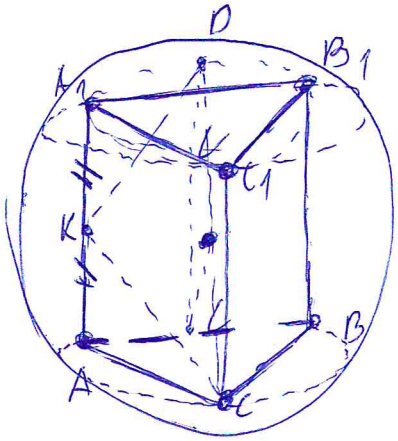
$\frac{b}{a+b+c}$ – минимально когда a_{max}, C_{max}

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

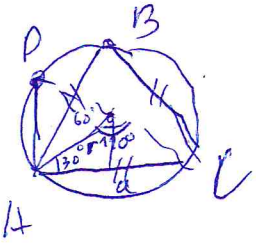
ШИФР 8 7 3 7 0

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

№6



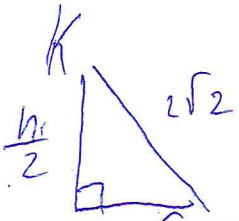
1) $V_{пр} = S_{осн} \cdot h = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot h$

2) 

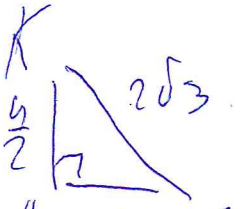
$r = \sqrt{3}a$

$AD = r$

3) Рассм $\triangle K A_1 D$



4) Рассм $\triangle KHC$



$\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 = (2\sqrt{2})^2$

$\left(\frac{h}{2}\right)^2 + a^2 = (2\sqrt{3})^2$ I+II / I−II

$2a^2 = 4 \quad a = \sqrt{2}$

$h^2 = 40 - 4a^2$

$h^2 = 40 - 4 \cdot 2 \quad h = \sqrt{32} = \underline{4\sqrt{2}}$

$V = \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{4} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$

Ответ $2\sqrt{6}$