



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

104289

104289

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания ЛЭТИ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	0	14	16	0					45	Сорок пять	<i>Ртф</i>



Бланк олимпиадной работы

1. $\frac{a^{12} + 729^2}{729a^6}$

$\frac{a}{3} - \frac{3}{a} = 2$

$\frac{a^{12}}{729a^6} + \frac{729^2}{729a^6} = \frac{a^6}{729} + \frac{729}{a^6} = \frac{a^6}{3^6} + \frac{3^6}{a^6}$

$\left(\frac{a}{3} - \frac{3}{a}\right)^6 = 2^6$

$\left(\frac{a}{3}\right)^6 - 2\left(\frac{a \cdot 3}{3 \cdot a}\right) + \left(\frac{3}{a}\right)^6 = 2^6$

$\frac{a^6}{3^6} - 2 + \frac{3^6}{a^6} = 64$

$\frac{a^6}{3^6} + \frac{3^6}{a^6} = 66$

Ответ: 66

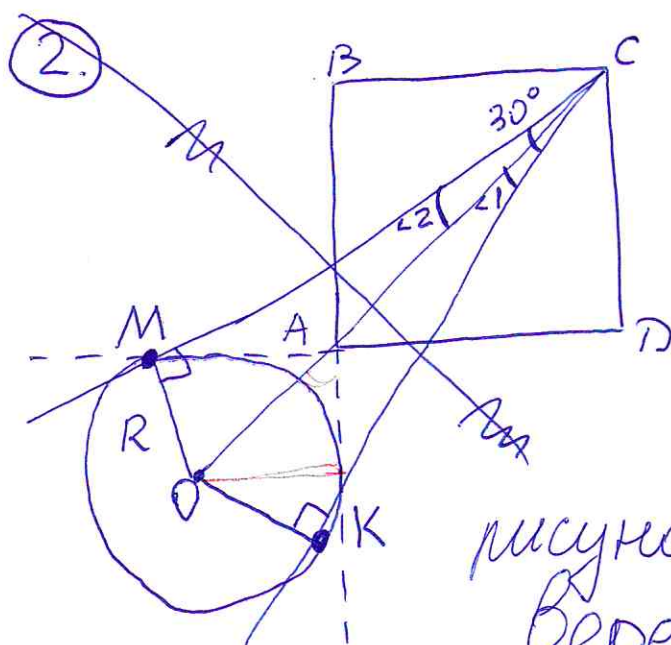


рисунок
верен!

Дано:

ABCD - квадрат

AB = BC = DC = AD = $2\sqrt{3}$ см

$\angle MCK = 30^\circ$

Найти R

$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

104289

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Решение:

1) $\angle OCK = \angle MCO$, т.к.

2) $\triangle OCK = \triangle OMC$ — прямоуголь.,
т.к. СК — касател. составляет $\angle 90^\circ$ с радиусом ОК

$$\sin = \frac{\text{прим. кат.}}{\text{гип.}}$$

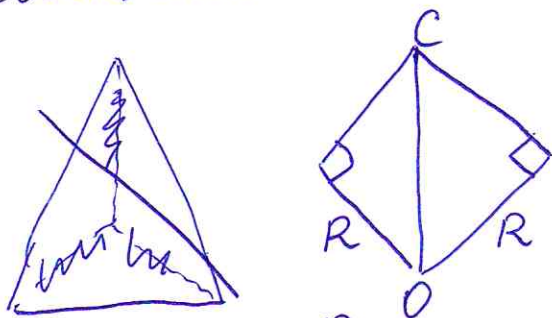
$$\sin \angle 1 = \frac{KC}{OC}$$

$$\sin \angle 2 = \frac{MC}{OC}$$

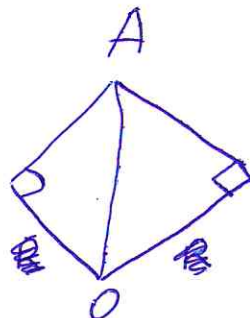
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{KC}{OC} \\ \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{MC}{OC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OC = \frac{2\sqrt{2} KC}{\sqrt{3}-1} \\ OC = \frac{2\sqrt{2} MC}{\sqrt{3}-1} \end{cases}$$

$$\frac{2\sqrt{2} KC}{\sqrt{3}-1} = \frac{2\sqrt{2} MC}{\sqrt{3}-1}$$

Решение:



$$OC = \frac{R}{\sin 15^\circ}$$

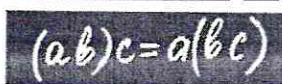


$$OA = \frac{R}{\sin 45^\circ}$$

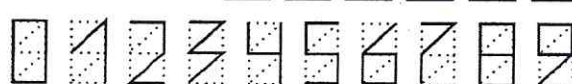
$$\frac{R}{\sin 15^\circ} - \frac{R}{\sin 45^\circ} = CA = 2\sqrt{6}$$

$$R = 2$$

Ответ: 2



$$E=mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$$\textcircled{1} \frac{a^{12} + 729^2}{729a^6}$$

$$\frac{a}{3} - \frac{3}{a} = 2$$

$$\frac{a^{12} + 729^2}{729a^6} = \frac{a^6}{729} + \frac{729}{a^6}$$

$$\frac{a}{3} - \frac{3}{a} = 2 \Rightarrow \frac{a^2}{9} + \frac{9}{a^2} = 4 + 2 = 6$$

$$\frac{a^6}{729} + \frac{729}{a^6} + 3\left(\frac{a^2}{9} + \frac{9}{a^2}\right) = 216$$

$$\Downarrow$$
$$\frac{a^6}{729} + \frac{729}{a^6} = 198$$

Ответ: 198



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

104289

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

$$\textcircled{3} \begin{cases} x^2 - 22y - 69z + 703 = 0 \\ y^2 + 23x + 23z - 1473 = 0 \\ z^2 - 63x + 66y + 2183 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 22y - 69z + 703 = 0 \\ z = \frac{-y^2 - 23x + 1473}{23} \\ y = \frac{-z^2 + 63x - 2183}{66} \end{cases}$$

$$x^2 - \frac{22(-z^2 + 63x - 2183)}{66} - \frac{69(-y^2 - 23x + 1473)}{23} + 703 = 0$$

$$+ 703 = 0$$

$$x^2 + \frac{z - 63x + 2183}{3} + 3(y^2 + 23x - 1473) + 703 = 0$$

$$\frac{3x^2 + z - 63x + 2183 + 9(y^2 + 23x - 1473) + 703 \cdot 3}{3} = 0$$

$$\frac{3x^2 + z - 63x + 2183 + 9y^2 + 207x - 1473 \cdot 9 + 703 \cdot 3}{3} = 0$$

$$\frac{3x^2 + z + 144x + 2183 - 1473 \cdot 9 + 703 \cdot 3}{3} = 0$$



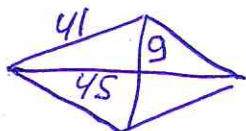
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

④ $\ell = 18$ км - ширина кольца $\Rightarrow$ пересечение покрытий 2 радаров должно иметь "узкое горлышко", шириной 18 км



2) По теор. Пиф.: x - расст. между радар.

$\frac{x}{2} = 40 \Rightarrow$ можно обеспечить кольцо, выстроив радары в правильном 7-ми угольник со стороной 80.

$$S_{\text{покр}} = 7 S_1 - 7 S_2$$

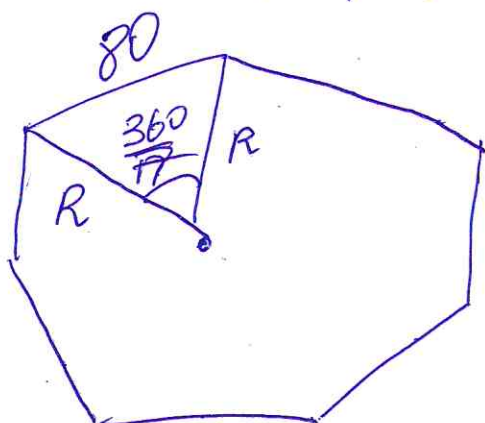
S_1 - площадь радаров, S_2 - площадь пересечения

$$S_1 = 4\pi^2 R \ell = 5281,017$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi^2 \cdot \left(2 \arcsin\left(\frac{18}{81}\right) - \sin\left(2 \arcsin\left(\frac{18}{81}\right)\right) \right)$$

R - расст. до радаров

$$R = \frac{40}{\sin\left(\frac{180}{7}\right)}$$



Ответ:



Бланк олимпиадной работы

⑤ $(k^2 - 2k - 35)x^2 + (3k - 9)x + 2 = 0$

корни: $\frac{9 - 3k \pm \sqrt{k^2 - 38k + 361}}{2(k^2 - 2k - 35)} =$

$= \frac{9 - 3k \pm (19 - k)}{2(k + 5)(k - 7)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-10 - 2k}{2(k + 5)(k - 7)} \\ \frac{28 - 4k}{2(k + 5)(k - 7)} \end{cases} =$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{k - 7} \\ \frac{-2}{k + 5} \end{cases}$

$\Rightarrow (7; 11]$ и $(-5; 7)$ решения,

т.о. $P = \frac{\text{длина } [8; 11]}{\text{длина } [8; 13]} = \frac{3}{5} = 0,6$

Ответ: 0,6