



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Класс 9 Вариант 21 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания ЛЭТИ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	2	10	20	14	14					65	шестьдесят пять	Витя



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

104382

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

$$\begin{aligned} & \sum_1 \\ & \left(\frac{10001}{20232023} - \frac{10001}{20222022} \right) \cdot 2023 + \frac{1}{\sqrt{4088484}} = \left(\frac{10001}{10001 \cdot 2023} - \frac{10001}{10001 \cdot 2022} \right) \times \\ & \times 2023 + \frac{1}{\sqrt{4088484}} = \left(\frac{1}{2023} - \frac{1}{2022} \right) \cdot 2023 + \frac{1}{\sqrt{4088484}} = \frac{2022-2023}{2023 \cdot 2022} \cdot 2023 \\ & + \frac{1}{\sqrt{4088484}} = \frac{-1}{2022} + \frac{1}{\sqrt{4088484}} = -\frac{1}{2022} + \frac{1}{\sqrt{2022^2}} = -\frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} = 0 \end{aligned}$$

Ответ: 0. +

$\sum_3$
Тяжелой неурти - $\frac{1}{8}$ (т.к. вероятность $\frac{1}{8}$)
Тогда легкой - $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
Легкой малосернистой - $\frac{22}{37}$, тогда всего малосернистой:

$$\frac{22}{37} : \frac{7}{8} = \frac{22 \cdot 8}{37 \cdot 7} = \frac{176}{259} \text{ (по отношению ко всему сбору)}$$

Остальная - высокосернистая:

$$1 - \frac{176}{259} = \frac{83}{259}$$

Всего проб ≈ 300 (меньше же), значит единственный вариант - проб 259, из которых 83 - высокосернистая

Ответ: 83.

$$\sum_4 \left(\frac{2023}{2022} \right)^{2+18+12+8+\dots+24 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n} > \left(\frac{2023}{2022} \right)^{42}$$

см. сл. лист



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$u = \frac{v}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

ШИФР

104382

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Заметим, что $\frac{2023}{2022} > 1$, а значит

$$\left(\frac{2023}{2022}\right)^{i+1} > \left(\frac{2023}{2022}\right)^i$$

Т.е., если

$$\left(\frac{2023}{2022}\right)^{27+18+12+8+\dots+27\left(\frac{2}{3}\right)^n} > \left(\frac{2023}{2022}\right)^{72} \quad \text{то}$$

$$27+18+12+8+\dots+27\left(\frac{2}{3}\right)^n > 72$$

Перебор:

$$n=0 \quad 27 < 72$$

$$n=1 \quad 18+27=45 < 72$$

$$n=2 \quad 12+18+27=57 < 72$$

$$n=3 \quad 8+12+18+27=65 < 72$$

$$n=4 \quad \frac{16}{3}+8+12+18+27=70\frac{1}{3} < 72$$

$$n=5 \quad \frac{32}{9}+\frac{16}{9}+8+12+18+27=73\frac{6}{9} > 72 \quad \text{подходит}$$

Значит, наименьшее натуральное $n=5$

Ответ: 5

$$\sqrt[2022]{x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3} \leq 0$$

$$\sqrt[2022]{x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3} \geq 0$$

2022-четное, а значит

т.е. нер-во выполнимо только при

$$x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3 = 0$$

$$x^4(x^2-1) - \frac{1}{x^3}(x^2-1) = -3$$

$$\left(x - \frac{1}{x^3}\right)(x^2-1) = -3$$

соч. сл. лист



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$x < 1$, значит x должен быть < 0 , т.к. при $x > 0$ $\frac{1}{x^3} > 1$
т.е. нерав-во не выполняется

$$(x - \frac{1}{x^3})(x^2 - 1) < 0$$

$$x - \frac{1}{x^3} = 0$$

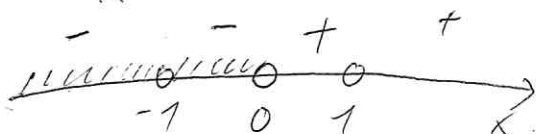
$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{x^3}$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$$



значит, решение принадлежит промежутку $(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$

$$x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3 = 0$$

$$x^6 - x^4 - x^2 + 1 + 3x^3 = 0$$

$$(x^3)^2 + 2,05 \cdot x^3 + 0,25 - x^4 - x^2 + 0,25 = 0$$

$$x^3(x^3 + 3) - x^4 - x^2 = -1$$

$$x^3(x^3 + 3) = x^4 + x^2 - 1$$

$$x^3 < -3$$

$$x < -1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3x - \frac{3}{x} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + \frac{1}{x}) = (x + \frac{1}{x})((x + \frac{1}{x})^2 - 3)$$

$$(x + \frac{1}{x})((x + \frac{1}{x})^2 - 3) - (x + \frac{1}{x}) = (x + \frac{1}{x})((x + \frac{1}{x})^2 - 4) = 0$$

$$(x + \frac{1}{x})((x + \frac{1}{x})^2 - 4) = -3$$

замена: $t = x + \frac{1}{x} \quad t \neq 0$

см. сл. лист



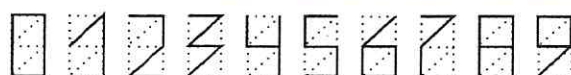
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$$t(t^2 - 4) = -3$$

$$t^3 - 4t = -3$$

$$t^3 - 4t + 3 = 0$$

$$t_1 = 1$$

$$t(t-2)(t+2) = -3$$

т.к. отрицательное:



$$t^3 - 4t = -3$$

$$t^3 - 4t + 3 = 0$$

$$t_1 = 1$$

$$\begin{array}{r} t^3 - 4t + 3 \\ -t^3 + t^2 \\ \hline t^2 - 4t + 3 \\ -t^2 + t \\ \hline -3t + 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} t-1 \\ \hline t^2 + t - 3 \end{array}$$

$$t^2 - 4t + 3$$

$$-t^2 + t$$

$$-3t + 3$$

$$t^2 + t - 3 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 = 13; \sqrt{D} = \sqrt{13}$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

вернемся к x

$$1) x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + 1 = x$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 = -3$$

Ø

$$2) x + \frac{1}{x} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 + 1 = \frac{-x - \sqrt{13}x}{2}$$

$$x^2 + x + \frac{\sqrt{13}x}{2} + 1 = 0$$

$$D = \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)^2 - 4 = \frac{1 + 2\sqrt{13} + 13}{4} - 4 = \frac{10 + 2\sqrt{13}}{4} - 4 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} - 4 = \frac{5 + \sqrt{13} - 8}{2} = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \pm \sqrt{\frac{-3 + \sqrt{13}}{2}}$$

см. сл. лист

Лист 4 из 8



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$$\frac{-1 - \sqrt{13} \pm \sqrt{13}}{4} \quad 2\sqrt{\frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5}$$

$$x_1 = -0,25 - \frac{\sqrt{13}}{4} - \frac{\sqrt{13}}{2} \quad \frac{\sqrt{\frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5}}{2}$$

$$x_2 = -0,25 - \frac{\sqrt{13}}{4} + \frac{\sqrt{13}}{2} \quad \frac{\sqrt{\frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5}}{2}$$

$$3) x + \frac{1}{x} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 + 1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \cdot x$$

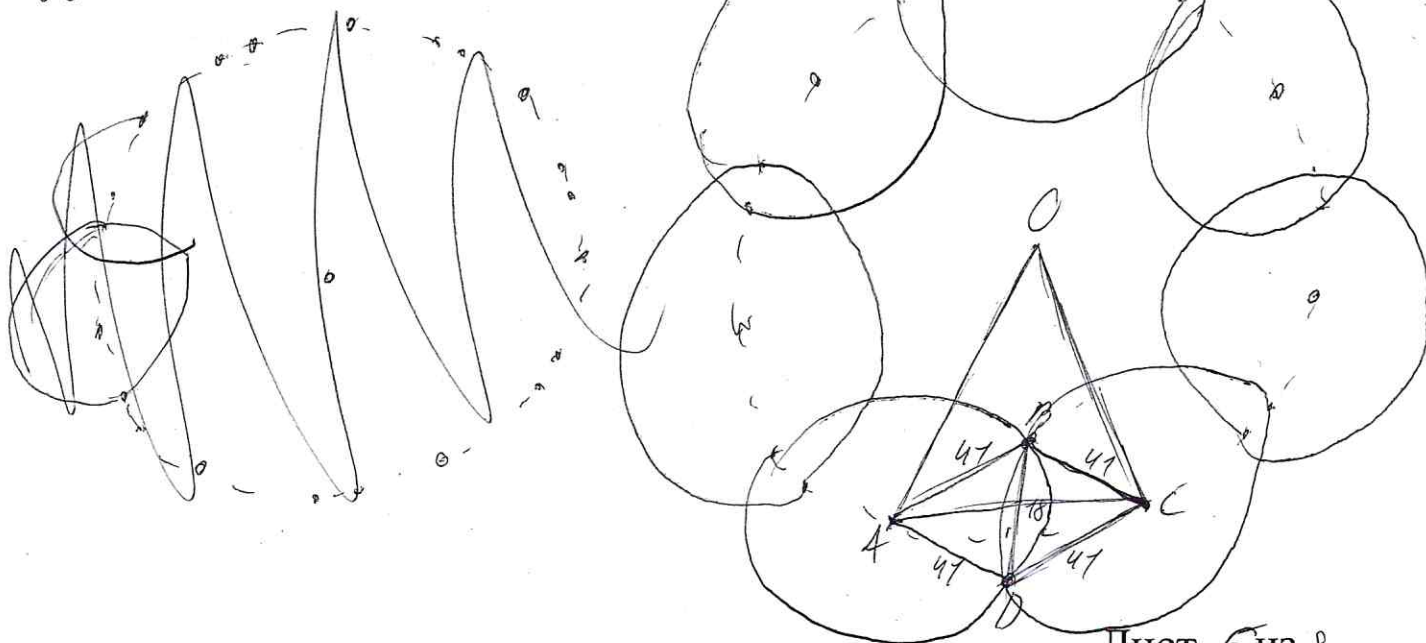
$$x^2 + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} x + 1 = 0$$

$$D = \left(\frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right)^2 - 4 = \frac{4 - \sqrt{13}}{2} - 4 = -0,5 - \frac{\sqrt{13}}{2} < 0$$

нет. реш.

$$\text{Ответ: } -0,25 - \frac{\sqrt{13}}{4} \pm \frac{\sqrt{\frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5}}{2}$$

$\sqrt{6}$



см. сл. лист

Лист 5 из 8



$$(a+b)c = a(b+c)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

104382

0123456789

Бланк олимпиадной работы

см. рис.

ABCD - ромб

$$S_{ABD} = \sqrt{54 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 33} = 30\sqrt{17 \cdot 11} \quad (\text{ф-ла Герона})$$

$$S_{ABCD} = 60\sqrt{17 \cdot 11}$$

т.к. ABCD - ромб

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 60\sqrt{17 \cdot 11}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 18 \cdot AC = 60\sqrt{17 \cdot 11}$$

$$AC = \frac{20}{9} \sqrt{17 \cdot 11}$$

$$\angle AOC = \frac{360}{7} = 51\frac{3}{7}^\circ$$

$$\angle OAC = \angle OCA = \frac{180^\circ - 51\frac{3}{7}^\circ}{2} = \frac{128\frac{3}{7}^\circ}{2} = 64\frac{3}{14}^\circ$$

по т. синусов:

$$\frac{AC}{\sin \angle AOC} = \frac{OA}{\sin \angle OAC}$$

$$\frac{\frac{20}{9} \sqrt{17 \cdot 11}}{\sin 51\frac{3}{7}^\circ} = \frac{OA}{\sin 64\frac{3}{14}^\circ}$$

$$OA = \frac{\frac{20}{9} \sqrt{187} \cdot \sin 64\frac{3}{14}^\circ}{\sin 51\frac{3}{7}^\circ}$$

— искомое расстояние



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

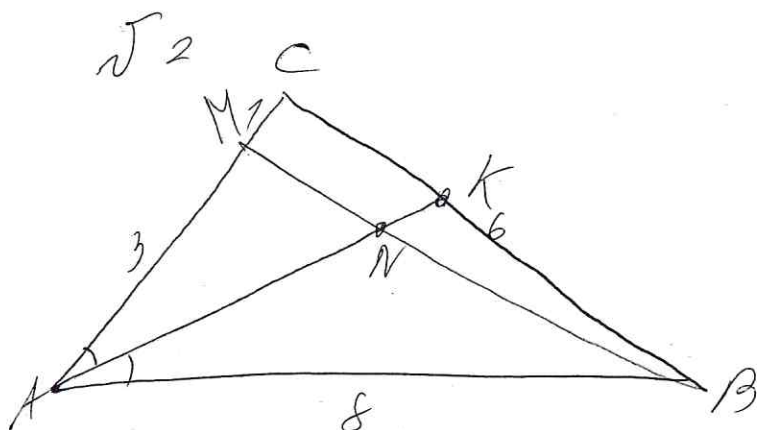


Бланк олимпиадной работы

Тогда найдем площадь кольца:

$$S = \pi \cdot (OA + \frac{18}{2})^2 - \pi \cdot (OA - \frac{18}{2})^2 = \pi (OA^2 + 9 - OA^2 + 9) = 18\pi$$

Ответ: $\frac{20 \sqrt{187} \cdot \sin 64 \frac{3}{14}^\circ}{\sin 51 \frac{3}{7}^\circ}$; 18π .



$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle A$$

$$36 = 9 + 64 - 48 \cos \angle A$$

$$\cos \angle A = \frac{44}{48} = \frac{11}{12}$$

$$BM^2 = AM^2 + AB^2 - 2 \cdot AM \cdot AB \cdot \cos \angle A$$

$$BM^2 = 9 + 64 - 48 \cdot \frac{11}{12} = 40$$

$$BM = 2\sqrt{10}$$

$$AM^2 = BM^2 + AB^2 - 2 \cdot BM \cdot AB \cdot \cos \angle ABM$$

$$9 = 40 + 64 - 32\sqrt{10} \cdot \cos \angle ABM$$

$$\cos \angle ABM = \frac{95\sqrt{10}}{320} = \frac{19\sqrt{10}}{64}$$

$$\angle ABM = \arccos \frac{19\sqrt{10}}{64}$$

$$\angle ANB = 180^\circ - \frac{\arccos \frac{11}{12}}{2} - \angle ABM$$

$$AN = \frac{\sin \angle ABN \cdot \sin \angle ANB}{\sin \angle ANB} \cdot AB$$