

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания _____

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	$\emptyset$	$1\emptyset$	15	—	$2\emptyset$	—					45	сорок пять	<i>[Signature]</i>

№1.

$$\frac{a^{12} + 729^2}{729a^6}, \text{ если } \frac{a}{3} + \frac{3}{a} = 2.$$

Пусть $\frac{a}{3} = t$, тогда

$$t + \frac{1}{t} = 2.$$

$$\Rightarrow t = 1. \Rightarrow \frac{a}{3} = 1 \Rightarrow a = 3.$$

$$\Rightarrow \frac{3^{12} + 3^{12}}{3^6 \cdot 3^6} = \frac{2 \cdot 3^{12}}{3^{12}} = 2$$

Ответ: 2

$\emptyset$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

№2

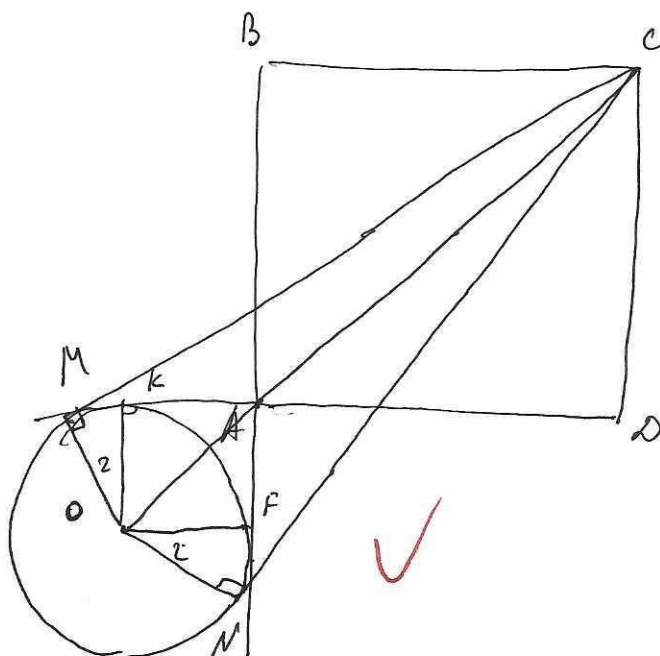
Дата:

ABCO - квадрат.

$$AB = 2\sqrt{3}$$

$$\angle MCN = 30^\circ$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$$



Решение:

O - центр окр.

2 - радиус окр-ти.

OK ⊥ AO
OF ⊥ AB | как 2, проведённые в точку касания

OM ⊥ CM
ON ⊥ CN | как 2, проведённые в точку касания.

Δ CMO = Δ CNO (CO - общ; MO = NO, как 2) ⇒ CO - бис-са Δ CMN

$$\Rightarrow \angle NCO = \angle MCO = 15^\circ$$

Т.С, А, О лежат на 1-ой прямой Т.К. ко-диagonal кв-га.

AKOF; CA - diagonal кв-га ABCO и AF и AK - продолже-
ние AB и AD соотв.

$$AK = 2 \Rightarrow \text{по тт Пюр. } KO = 2\sqrt{2} \Rightarrow \text{в } \Delta CNO \sin 15^\circ = \frac{2}{CA + KO}$$

$$\text{по тт Пюр. } CA = 2\sqrt{6} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{2}{2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}$$



$$E = mc^2$$



ШИФР

104967

0123456789

Бланк олимпиадной работы

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{6}+2\sqrt{2}} \quad \checkmark$$

$$2 \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}.$$

$$2 \cdot 3\sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{6} = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{6}.$$

$$2(3\sqrt{2} - \sqrt{6}) = 2(3\sqrt{2} - \sqrt{6})$$

$$2 = \frac{2(3\sqrt{2} - \sqrt{6})}{3\sqrt{2} - \sqrt{6}} = 2.$$

Ответ: $2 = 2 \text{ см.}$ $\checkmark$ (10)

№4

Дано:

$$r = 41 \text{ км}$$

$r_{\text{max}} = ?$

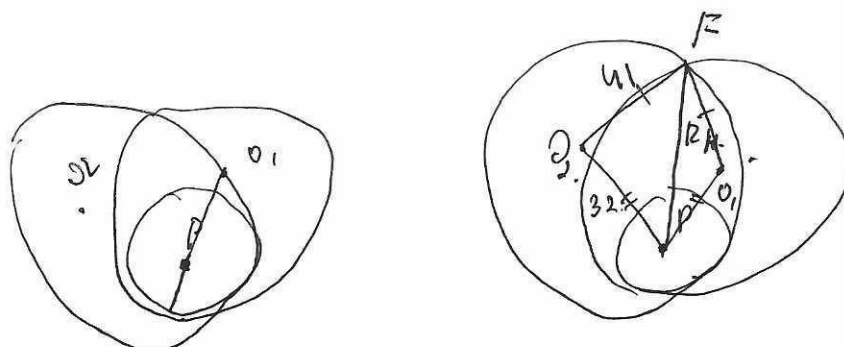
$$d_1 = 18 \text{ км.}$$

$S_k = ?$

Решение:

$$\text{Если } d_1 = 18 \text{ км} \Rightarrow R_1 = 9 \text{ км} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{\text{max}} = r - d_1 = 41 - 9 = 32.$$



$R_1 = R_k$ - радиус круга, в котором надо найти.
 $O_1 R = 32 = O_2 R.$

Бланк олимпиадной работы

№3.

$$\begin{cases} x^2 - 22y - 69z + 703 = 0 & (1) \\ y^2 + 23x + 23z - 1473 = 0 & (2) \\ z^2 - 65x + 66y + 2183 = 0 & (3) \end{cases}$$

(1) + (2) + (3):

$$x^2 + y^2 + z^2 + 44y - 40x - 46z + 710 + 703 = 0. \quad \checkmark$$

$$(x^2 - 40x + 400) + (y^2 + 44y + 484) + (z^2 - 46z + 529) = 0.$$

$$(x - 20)^2 + (y + 22)^2 + (z - 23)^2 = 0 \quad \checkmark$$

Если сумма квадратов равна 0 $\Rightarrow$ каждый из квадратов равен 0 $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x - 20 = 0 \\ y + 22 = 0 \\ z - 23 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 20 \\ y = -22 \\ z = 23 \end{cases} \quad \checkmark$$

Ответ: $x = 20$
 $y = -22$
 $z = 23$

$\checkmark$ **15**

Бланк олимпиадной работы

N5

$k \in [8; 13]$

$P(x_1 \leq 2 \cdot x_2) - ?$

$$(k^2 - 2k - 35)x^2 + (3k - 9)x + 2 = 0.$$

$$\begin{aligned} D &= (3k - 9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (k^2 - 2k - 35) = 9k^2 - 54k + 81 - 8k^2 + 16k + 280 = \\ &= k^2 - 38k + 361 = (k - 19)^2 \geq 0 \quad \forall k \in [8; 13] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3k + 9 \pm |k - 19|}{2(k + 5)(k - 7)} \quad k - 19 \leq 0 \quad \forall k \in [8; 13]$$

$$x_1 = \frac{-3k + 9 + 19 - k}{2(k + 5)(k - 7)} = \frac{28 - 4k}{2(k + 5)(k - 7)} \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-3k + 9 + k - 19}{2(k + 5)(k - 7)} = \frac{-10 - 2k}{2(k + 5)(k - 7)} \quad \checkmark$$

$$(k + 5)(k - 7) \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -5 \quad 7 \end{array} \Rightarrow \forall k \in [8; 13] > 0$$

$$\Rightarrow x_1 \vee x_2 \geq 0 \quad 28 - 4k \vee -10 - 2k.$$

Пусть $[8; 13]$ — мин-во F $\Leftrightarrow \forall k \in F \quad 28 - 4k \geq 0 \vee k \in F \quad -10 - 2k \geq 0$

Бланк олимпиадной работы

Найдём точку, когда корни равны.

$$2x - 4k = -10 - 2k$$

$$4k = 38$$

$$k = 9.5$$

$$\Rightarrow 4k \in \mathbb{R}$$

$$2x - 4k \geq -10 - 2k$$

$\Rightarrow$ ~~каждый~~ имеет смысл рассмотреть случаи, где

$$x_1 = -10 - 2k$$

$$x_2 = 2x - 4k$$

иначе мы бы просто увеличивали число, которое так мало. ~~не существует~~

$$\Rightarrow -10 - 2k \leq 2(2x - 4k)$$

$$-10 - 2k \leq 56 - 8k$$

$$6k \leq 66$$

$$k \leq 11$$

$$\Rightarrow \text{на лев. в } \mathbb{R} \quad k \in [9.5; 11] \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \text{вероятность}$$

возьмём отрезки

$$[8; 9]; [9; 10]; [10; 11];$$

$$[8; 9]; [9; 10]; [10; 11]; [11; 12]; [12; 13];$$

$\Rightarrow$ вероятность равна

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

Ответ: 0.6.

✓ (2Ф)