

Бланк олимпиадной работы

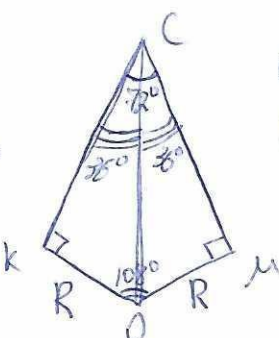
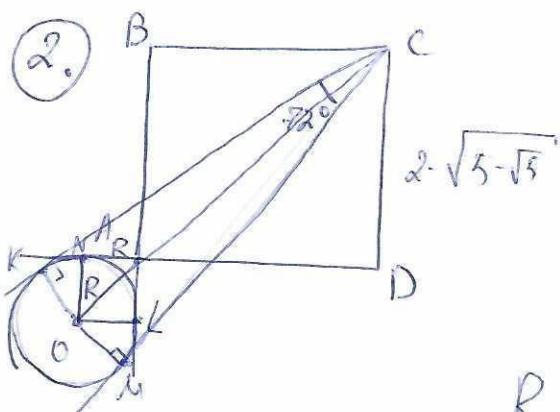
Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	1	10	15	0	20	0					46	сорок шесть	



$$OC = \sqrt{2} (R + 2 \cdot \sqrt{5-5})$$

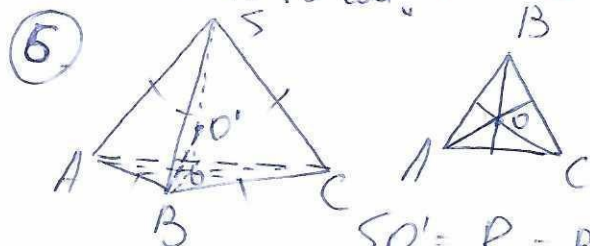
$$R = OC \sin 36^\circ = \left((R + 2 \cdot \sqrt{5-5}) \cdot \frac{\sqrt{5-5}}{2} \right)$$

$$= \frac{R \sqrt{5-5}}{2} + \sqrt{5-5} = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$$

$$R \left(1 - \frac{\sqrt{5-5}}{2} \right) = \sqrt{5-5} - \frac{5-\sqrt{5}}{2}$$

$$R = \frac{2\sqrt{5-5} - 5 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5-5}} = 2\sqrt{5-5} \text{ (cm)}$$

Ответ: $\sqrt{5-5}$ см. ✓ (10)



$$R = 5(R + 1)$$

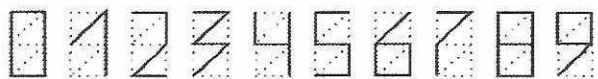
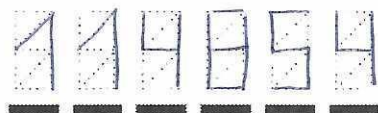
$$\sin^2 36^\circ = \frac{AB^2}{4} - \frac{AB^2}{12} = \frac{2AB^2}{12} \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} AB = \sin 36^\circ$$

$$\sin 36^\circ = R = BO; \angle BOA = 108^\circ; \sin B = 2R^2 + 2R \cos 60^\circ = 3R^2$$

$$= 5(\sqrt{5} + \sqrt{3}); \sin 36^\circ = \frac{2}{3} \sin 36^\circ; r = \frac{2}{3} \sin 36^\circ = \sqrt{\frac{2}{27}} AB = \sqrt{\frac{2}{27}} \sin B = 5(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \sqrt{\frac{2}{27}}$$

$$= \frac{10}{3} + \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5(2 + \sqrt{2})}{3}$$

Ответ: $\frac{5(2 + \sqrt{2})}{3}$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$$\textcircled{1} \frac{a^{12} - 4096}{64a^6} = \frac{a^{12}}{64a^6} - \frac{4096}{64a^6} = \frac{a^6}{64} + \frac{64}{a^6} - \left(\frac{a}{2}\right)^6 + \left(\frac{2}{a}\right)^6 =$$

$$= \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{a}\right) \left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 - 1 + \left(\frac{2}{a}\right)^2\right) = \sqrt{13} \cdot 10 = 10\sqrt{13}$$

$$\frac{a}{2} + \frac{2}{a} = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right)^2 + 4} = \sqrt{13}$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{a}\right)^2 = \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 11$$

Ответ: $10\sqrt{13}$?

①

$$\textcircled{3} \begin{cases} x^2 - 23y + 66z + 612 = 0, \\ y^2 + 162x - 202 + 296 = 0, \\ z^2 - 22x + 62y + 505 = 0; \end{cases}$$

Сложим все три уравнения:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 44y + 46z + 100x + 1413 = 0;$$

$$x^2 + 40x + 400 + y^2 + 44y + 484 + z^2 + 46z + 529 = 0;$$

$$(x+20)^2 + (y+22)^2 + (z+23)^2 = 0.$$

Это уравнение сфер с центром в т. $O(-20; -22; -23)$ и радиусом $R=0$. ✓ (15)

Так как радиус нулевой, то

решение системы $(-20; -22; -23)$ — единственное.

$$\textcircled{5} (k^2 - 2k - 3)x^2 + (3k - 5)x + 2 = 0;$$

$$(k-3)(k+1)x^2 + (3k-5)x + 2 = 0;$$

$$D = 9k^2 - 30k + 25 - 8k^2 + 16k + 24 = k^2 - 14k + 49 = (k-7)^2$$

$$x_1 = \frac{-3k+5 - (k-7)}{(k-3)(k+1)} = \frac{-4k+12}{(k-3)(k+1)} = -\frac{4}{k+1}$$

$$x_2 = \frac{-3k+5 + (k-7)}{(k-3)(k+1)} = \frac{-2k-2}{(k-3)(k+1)} = -\frac{2}{k-3}$$

Возможно два случая:

$$1) -\frac{4}{k-3} \geq -\frac{4}{k+1}; \quad \frac{1}{k-3} \leq \frac{1}{k+1}; \quad k+1 \leq k-3; \quad k \leq -3 \text{ — неверно}$$

$$2) -\frac{8}{k+1} \geq -\frac{2}{k-3}; \quad \frac{4}{k+1} \leq \frac{1}{k-3}; \quad 4k-12 \leq k+1; \quad 3k \leq 13; \quad k \leq 4\frac{1}{3}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

114854

0123456789

$$(ab)c = a(bc)$$

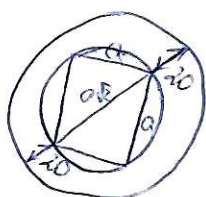
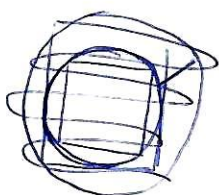
$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Удобстваться при $k \in (3; 4\frac{1}{3}]$ уравнение удовлетворяет
условию $v_1 \in \mathbb{R}_+$.

Длина всего промежутка 5; длина получившегося отрезка
 $\frac{1}{3}$. Знаки бероятность дуги равна $\frac{4}{15}$. Ответ: $\frac{4}{15}$. $\sqrt{20}$



$$R = a\sqrt{2} + 40;$$

$$S_{\text{поверх}} = \pi R^2 = 2\pi r^2;$$

$$R^2 = 2r^2;$$

$$2a^2 + 80\sqrt{2}a + 1600 = 4732;$$

$$2a^2 + 80\sqrt{2}a - 3132 = 0;$$

$$D = 153056$$

$$a = \frac{-80\sqrt{2} + \sqrt{153056}}{4} = \sqrt{9566} - 20$$

$$r_{\text{max}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} - 6 = \sqrt{11783} - 10\sqrt{2} \text{ (км)}$$

$$S_{\text{кольцо}} = \pi R^2 - \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \pi \left(2a^2 + 80\sqrt{2}a + \frac{1600}{2} - \frac{a^2}{2}\right) = \pi \left(11732 - \frac{11783 - 40\sqrt{11783}}{2}\right)$$

$$= \pi (11732 \cdot 200 - 11783 \cdot 20\sqrt{9566}) = \pi (20\sqrt{9566} - 251) \text{ (км}^2\text{)}$$

Ответ: $\sqrt{11783} - 10\sqrt{2}$ км; $(20\sqrt{9566} - 251)\pi$ км². ϕ