

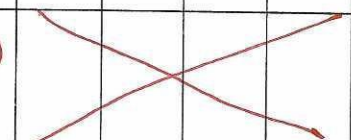
Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МГТУ имени Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

(заполняется проверяющим)													
Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	20	20	0					70	сильдеее баллы	81-

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} x^2 - 23y + 66z + 612 = 0 \\ y^2 + 62x - 20z + 296 = 0 \\ z^2 - 22x + 67y + 505 = 0 \end{cases}$$

Сложим все уравнения:

$$x^2 + 40x + 400 + y^2 + 44y + 484 + z^2 + 46z + 529 = 0$$

$$(x+20)^2 + (y+22)^2 + (z+23)^2 = 0$$

исправленному
вернуть

817-

Imbren: $x = -20$ $y = -22$ $z = -23$

Дано: ABCD - квадрат

$$AB = 2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}} \quad \sin 36^\circ = \frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{2\sqrt{5}}$$

1) III. и. окружность ~~вписана~~ является продолжением AD и AB, т.е. Q и K - точки касания, то $QO \perp AB$ и $OK \perp AD$, $OK = OQ = R = OF = OE \Rightarrow AKOQ$ - квадрат, т.е. $\angle AKO = \angle AQO = \angle KAQ = 90^\circ$

2) По свойству параллельных $OE \perp CF$ и $OF \perp CE$, $\Rightarrow \angle CFO = \angle CEO = 90^\circ$

4) $\sin \angle OCF = \frac{OE}{OC}$, зге $OC = AC + AO$, зге $AC = \sqrt{2} AD$ (по теореме Пифагора в $\triangle AED$)

$$AO = \sqrt{2} OQ = \sqrt{2} R \text{ (по теореме Пифагора в } \triangle OQR) \text{ (или по теореме косинусов)}$$

$$e) \quad W = \sqrt{2} (AD + R)$$

$$\Rightarrow \sin 36^\circ = \frac{R}{R(AD+R)} \quad \frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}} = \frac{R}{R(2\sqrt{5-\sqrt{5}}+R)}$$

Лист 1 из 4



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$$(2) \Rightarrow (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}}) \sqrt{5 - \sqrt{5}} + R \sqrt{5 - \sqrt{5}} = 2R$$

$$R(2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}}) = (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}}) \sqrt{5 - \sqrt{5}} \Rightarrow R = \sqrt{5 - \sqrt{5}}$$

Ответ: $R = \sqrt{5 - \sqrt{5}}$

$$(5) K \in [3; 8]$$

$$(k^2 - 2k - 3)x^2 + (3k - 5)x + 2 = 0 \quad | \quad p(2x_2 \geq x_1) - ?$$

$$\Delta = 9k^2 - 30k + 25 - 8(k^2 - 2k - 3) = k^2 - 14k + 49 = (k - 7)^2$$

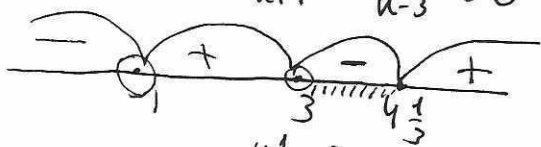
$$x_1 = -\frac{1}{k-3} \quad x_2 = \frac{6-2k}{(k+1)(k-3)} = -\frac{2}{(k+1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{5-3k \pm (k-7)}{2(k+1)(k-3)}$$

$$\frac{2}{k-3} \geq \frac{2}{k+1} \quad \frac{1}{k-3} \leq \frac{1}{k+1}$$

$$\frac{k-3-k-1}{(k-3)(k+1)} \geq 0$$

$$\frac{-2}{(k-3)(k+1)} \geq 0$$



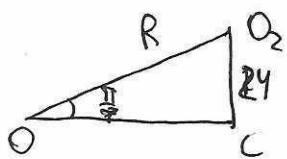
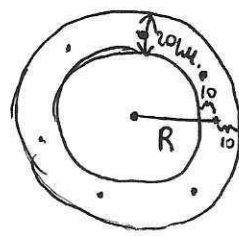
$$\frac{4k-12-k-1}{(k+1)(k-3)} \leq 0 \quad \frac{3k-13}{(k+1)(k-3)} \leq 0$$

$\Rightarrow$ при $k \in (3; 4\frac{1}{3}]$ условие выполнено.

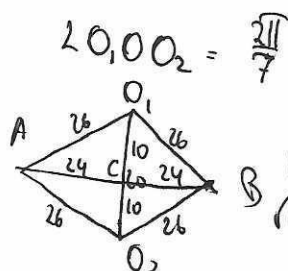
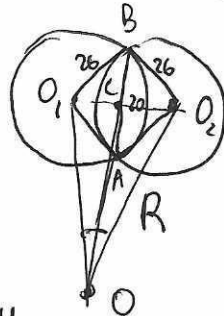
$$\Rightarrow p = \frac{4\frac{1}{3} - 3}{8 - 3} = \frac{\frac{4}{3}}{5} = \frac{4}{15}$$

Ответ: $p = \frac{4}{15}$

(4) Дано: 7 шаров
 $\Gamma = 26 \text{ км}$ $d = 20 \text{ км}$
 $R_{\text{макс}} - ?$ $S_{\text{шаров}} - ?$



$$\sin \frac{\pi}{7} = \frac{24}{R} \Rightarrow R = \frac{24}{\sin \frac{\pi}{7}}$$



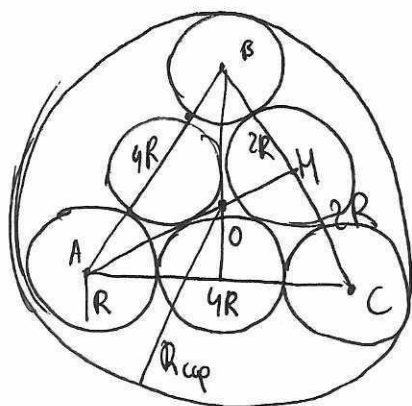
$AC = 24$ по теореме Пифагора для $\triangle ACO_1$
 $\sqrt{676 - 100} = AC$

$$\Rightarrow S_{\text{шаров}} = \pi(R+10)^2 - \pi(R-10)^2 = \pi(R^2 + 100 + 20R - R^2 - 100 + 20R) = \pi \cdot 40R = \frac{24 \cdot 40 \pi}{\sin \frac{\pi}{7}} = \frac{960 \pi}{\sin \frac{\pi}{7}}$$

Ответ: $R = \frac{24}{\sin \frac{\pi}{7}}$

Лист 2 из 4

6



$$R_{\text{eq}} = 5 \parallel 2 + 5$$

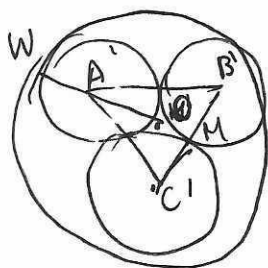
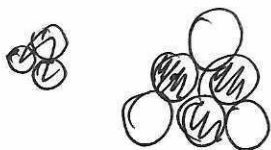
Rbny cap - ?

← пирамида - правильная
любая грань выглядит так

$$R_{\text{eq}} = R + A_0, \quad A_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4R \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{\sqrt{3}} R$$

$$\Rightarrow R_{\text{eq}} = R + \frac{4}{\sqrt{3}} R = \frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} R \quad R = \frac{(5\sqrt{2}+5)\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$$

Удар насадом в разрыве или на дне яры насадом 3 бумажки
и убитых тогда он не насадом 4 яров (бензи)



"A'W

$$R_{bn} = R + \frac{2}{3} AM \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot R =$$

$$R_{bn} = R + \frac{1}{\sqrt{3}} R = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} R = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+3)}{4+\sqrt{3}}$$

Бланк олимпиадной работы

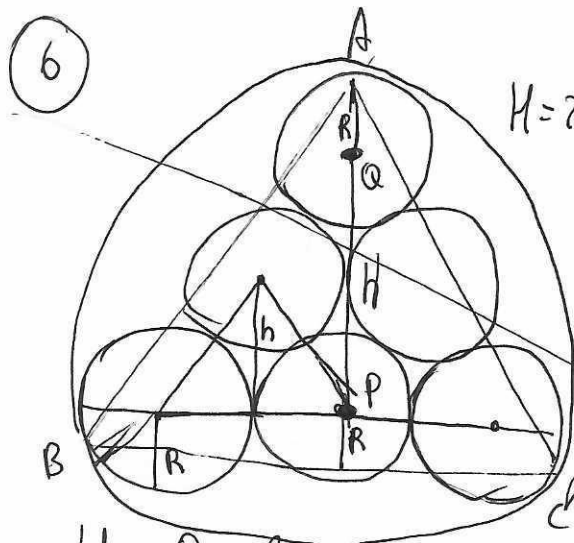
①
$$\frac{a^{12} + 4096}{64a^6} = \frac{a^{12} + 2^{12}}{(2a)^6} = \frac{a^6}{2^6} + \frac{2^6}{a^6} - ?$$

$\frac{a}{2} + \frac{2}{a} = 3 \Rightarrow \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{a}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{a^2}{2^2} + \frac{2^2}{a^2} + 2 = 9 \Rightarrow \frac{a^2}{2^2} + \frac{2^2}{a^2} = 7$

$\frac{a^6}{2^6} + \frac{2^6}{a^6} + 3 \cdot \frac{a^2}{2^2} + 3 \cdot \frac{2^2}{a^2} = 1331 \Rightarrow \frac{a^6}{2^6} + \frac{2^6}{a^6} = 1331 - 33 = 1298$

3 · 11

Ответ: $\frac{a^{12} + 4096}{64a^6} = 1298$ (+)



$H = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot R = h \cdot 2 \cdot R = 2\sqrt{3}R$

$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2R$

$H = PQ$

V_n - точка касания
сфер
шаров в описанной
сфере

$\Rightarrow R$ сферы опис = $5\sqrt{2} + 5 = R$ опис вокруг 6 шаров, т.е. пирамида правильная.

и с четвертой выглядит так

$H + 2R$ - высота сферы

$4R + \frac{4}{3}R = 5\sqrt{2} + 5$

сторона $\triangle ABC = \frac{2}{\sqrt{3}}(H + 2R) = \frac{2}{\sqrt{3}}(2\sqrt{3} + 2)R = 5\sqrt{2} + 5$

$R \left(\frac{4\sqrt{3} + 4}{\sqrt{3}} \right) = 5\sqrt{2} + 5 \Rightarrow R = \frac{(5\sqrt{2} + 5)\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 4}$