



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

106132

123456789

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания 507 МГТУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	0	20	10	0					45	сорок пять	

Бланк олимпиадной работы

~ 1.

$$1) \frac{a^{12} + 4096}{64a^8} = \frac{a^6}{64} + \frac{64}{a^6}$$

$$2) \left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a} \right)^2 = 9; \quad \frac{a^2}{4} - 2 + \frac{4}{a^2} = 9; \quad \frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2} = 11$$

$$3) \left(\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2} \right)^3 = 7337$$

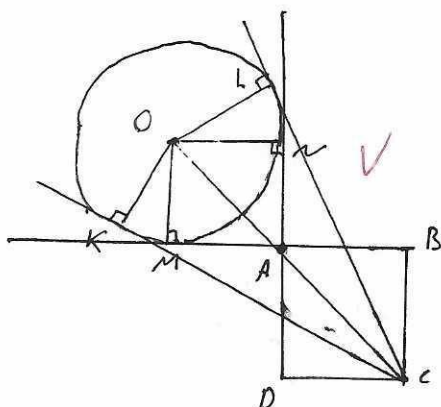
$$\frac{a^6}{64} + 3 \cdot \frac{a^4}{16} \cdot \frac{4}{a^2} + 3 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{16}{a^4} + \frac{64}{a^6} = 7337$$

$$\frac{a^6}{64} + \frac{64}{a^6} = 1337 - 3\left(\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2}\right) = 1337 - 33 = 1298$$

Order: 1298 ✓

⑤

~2.



СК и СL - касательные к окр. с центром O.
Т.к. $MA \perp AM$, $ON \perp HN$, то $MA \parallel ON$ - по соответствующим
параллельности прямых. Аналогично,
 $MO \parallel NA$. Т.к. $MO = NO = R$, $MO \parallel NA$, $ON \parallel MA$, то
 $MONA$ - квадрат - по определению. $AO =$
 $= \sqrt{MO^2 + MA^2} = R\sqrt{2}$.

Т.к. $KO = LO = R$, $KO \perp CK$, $LO \perp CL$ (как радиусы, опущенные на касательную), то CO — биссектриса $\angle KCL$. Значит, $\angle KCO = \angle LCO = 30^\circ$.
 $\sin \angle KCO = \frac{KO}{CO} = \frac{R}{CO}$

$$\sin \angle KCO = \frac{KO}{CO} = \frac{R}{\sqrt{AD^2 + DC^2} + R\sqrt{2}} = \frac{R}{(2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})\sqrt{2} + R\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{5-\sqrt{5}} (\sqrt{2}(2-\sqrt{5-\sqrt{5}} + R))}{2\sqrt{2}} = R,$$

Ans: $R = \sqrt{5} - \sqrt{5}$

V

10

Бланк олимпиадной работы

~5. 1) $k^2 - 2k - 3 \neq 0$
 $k \neq -1$
 $k \neq 3$

2) $D = (3k-5)^2 - 8(k^2-2k-3) = (k-7)^2$

2.1) $D \neq 0$; $k \neq 7$.

3) $x_{1,2} = \frac{-3k+5 \pm |k-7|}{2(k+7)(k-3)}$

3.1) $\begin{cases} k > 7 \\ k \leq 7 \end{cases}$
 $x_{1,2} = \frac{-3k+5 \pm (k-7)}{2(k+7)(k-3)}$

3.2) $k \in (3; 7)$: $x_{1,2} = \frac{-3k+5 \mp (k-7)}{2(k+7)(k-3)}$

$\begin{cases} x_1 = -\frac{2}{k+7} \\ x_2 = -\frac{1}{k-3} \end{cases}$
 $x_1 \leq 2x_2$
 $-\frac{2}{k+7} \leq -\frac{2}{k-3}$
 $-2k+6 \leq -2k-2$

$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{k-3} \\ x_2 = -\frac{2}{k+7} \end{cases}$

$x_1 \leq 2x_2$

$-\frac{1}{k-3} \leq -\frac{4}{k+7}$

$-k-7 \leq -4k+28$

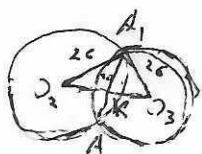
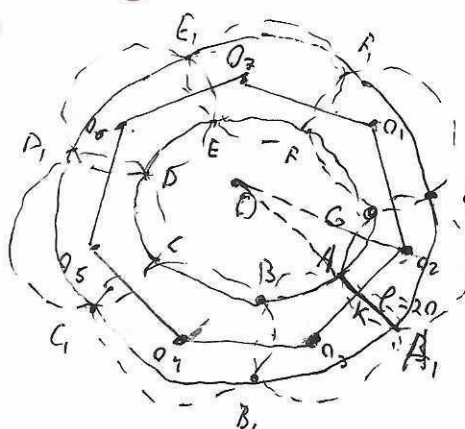
$3k \leq 35$

Отв: $\emptyset$?

$\emptyset$?

$\emptyset$?

~4.



1) Чтобы расположить радиары $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7$, мы можем разместить от платформы O , внутри окружности их от O , точки $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7$ на окружности пересечения AA_1 не имеет их парной AA_1 не имеет равных 20 . Тогда также можно область между окружностями, описывающими $ABCEDEFG$ и $A_1B_1C_1D_1E_1F_1G_1$. Рассмотрим $AO_2A_1O_3$. $AA_1 \cap O_2O_3 = K$.

Т.к. AK определяет между центрами дуга и дуги её перпендикуляр их общей хорды. Тогда $O_2K = \sqrt{(AO_2^2 - AK^2)} = 24$.
 Тогда $A_1K = AK = \frac{AA_1}{2} = 70$.

Отв. 24 .

Бланк олимпиадной работы

- $\angle BOA = \frac{360^\circ}{7} = 51.4^\circ$ - как угловой угол ар., описанной около правильного 7-ми угла. Тогда $\angle O_2OA = \angle BOA = \frac{360^\circ}{7}$ (OO_2 - биссектриса $\angle AOB$). Тогда из $\triangle OO_2K$: $OO_2 = \frac{24}{\sin \angle BOA} = \frac{24}{\sin \frac{\pi}{7}}$ - искомое расстояние
- 2) Искомая площадь S равна разности площадей, описанных кругов, описанных около H, B, C, D, E, F, G и $ABCD EFG$. $S = \pi R_2^2 - \pi R_1^2$.
- $R_1 = OA$; $R_2 = OA + 20$. $OK = OA + 10 = \frac{24}{\cos \angle BOA} = \frac{24}{\cos \frac{\pi}{7}}$
- $R_1 = 24 \cot \frac{\pi}{7}$; $R_2 = 24 \cot \frac{\pi}{7} + 10$.
- $S = \pi (576 \cot^2 \frac{\pi}{7} + 480 \cot \frac{\pi}{7} + 100 - 576 \cot^2 \frac{\pi}{7} - 480 \cot \frac{\pi}{7} - 100) = (960 \cot \frac{\pi}{7}) \cdot \pi$
- Или: $OO_2 = \frac{24}{\sin \frac{\pi}{7}}$; $S = 960 \pi \cot \frac{\pi}{7} \text{ V}$ (20)

