



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

1 2 0 7 6 1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.

Площадка написания МГТУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	6	15	10	20	6					50	пятьдесят	

$$N^{\circ}1 \quad \frac{a^{12} + 4096}{64a^6} = \frac{a^6}{2^6} + \frac{2^6}{a^6} = 11$$

$$\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 3 \quad | \cdot 16$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^6 - 6\left(\frac{a}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{a}\right) + 15\left(\frac{a}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^2 - 20\left(\frac{a}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^3 + 15\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^4 - 6\left(\frac{a}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^5 + \left(\frac{2}{a}\right)^6 = 3^6$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^6 + \left(\frac{2}{a}\right)^6 = 3^6 + 20 + 6\left(\frac{a^4}{2^4} + \frac{2^4}{a^4}\right) - 15\left(\frac{a^2}{2^2} + \frac{2^2}{a^2}\right) = 3^6 + 20 + 6 \cdot 119 - 15 \cdot 11 = 1298$$

$$I \quad \frac{a^4}{2^4} + \frac{2^4}{a^4} = 11$$

$$\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 3 \quad | \cdot 4$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^4 - 4\left(\frac{a}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{a}\right) + 6\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{a}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^3 + \left(\frac{2}{a}\right)^4 = 3^4$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^4 + \left(\frac{2}{a}\right)^4 = 3^4 - 6 + 4\left(\frac{a^2}{2^2} + \frac{2^2}{a^2}\right) = 3^4 - 6 + 4 \cdot 11$$

$$II \quad \left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right)^2 = 9 \quad | \text{так } \left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right) = 3$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{a} = 9$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{a}\right)^2 = 11$$

Ответ: 1298 ✓

(5)

Бланк олимпиадной работы

N^о3

$$\begin{cases} x^2 - 23y + 66z + 612 = 0 \\ y^2 + 62x - 20z + 296 = 0 \\ z^2 - 22x + 67y + 505 = 0 \end{cases} +$$

$$x^2 + 40x + y^2 + 44y + z^2 + 46z + 612 + 296 + 505 = 0$$

$$(x^2 + 40x + 400) + (y^2 + 44y + 484) + (z^2 + 46z + 529) = 0$$

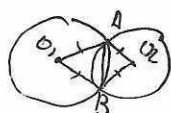
$$(x+20)^2 + (y+22)^2 + (z+23)^2 = 0$$

Данное ур-е имеет р-е, тогда и только тогда, когда каждое слагаемое равно 0, а значит

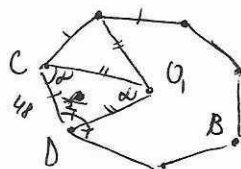
Отв: $\begin{cases} x = -20 \\ y = -22 \\ z = -23 \end{cases}$ ✓ (15)

N^о4

- 1) Чтобы ширина кольца была не менее 40 см надо расположить разряды на расстоянии не более 48 см. Тогда, чтобы расстояние от центра платформы = макс, надо чтобы р-е м-ду какими-то соседними разрядами было = 48.



$$h_{\triangle ABO} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$



В этом случае их расположение представляет собой правильный 4-х угольник со стороной 48.

Угол $\beta = \frac{5}{4} \cdot 180^\circ$ или $\frac{5}{4} \pi$. Тогда $\alpha = \frac{5\pi}{14}$, $\beta = \frac{5\pi}{14}$

$\angle P, CD = \angle O, DC$, тогда $OD = \frac{24}{\cos \frac{5\pi}{14}}$ ✓

$S_{\text{кольца}} = (S_{\text{круга пола}} - S_{\text{сектора}}) \cdot 4$

$S_{\text{сектора}} = S_{\text{сектора}} - S_{\triangle OAB} = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot 26^2}{360} - \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 24 = \pi \cdot 26^2 - 24^2$

$S_{\text{кольца}} = \pi \cdot 26^2 - \pi \cdot 26^2 \cdot \cos \frac{11\pi}{14} + 24^2$



$S_{\text{кольца}} = (\pi \cdot 26^2 - \pi \cdot 26^2 \cdot \cos \frac{11\pi}{14} + 24^2) \cdot 4$

Отв: $R_{\text{max}} = \frac{24}{\cos \frac{5\pi}{14}}$ ✓

$S = 4 \left(\pi \cdot 26^2 - \pi \cdot 26^2 \cdot \cos \frac{11\pi}{14} + 24^2 \right)$?

Бланк олимпиадной работы

N5

$$(k^2 - 4k - 3)x^2 + (3k - 5)x + 2 = 0$$

$$D = 9k^2 - 30k + 25 - 4k^2 + 16k + 24 = k^2 - 14k + 49 = (k - 7)^2$$

$$x_1 = \frac{-3k + 5 + k - 7}{2(k - 3)(k + 1)} = \frac{-2k - 2}{2(k - 3)(k + 1)} = \frac{-1}{(k - 3)} \quad \checkmark$$

$$x_2 = \frac{-3k + 5 - k + 7}{2(k - 3)(k + 1)} = \frac{-4(k - 3)}{2(k - 3)(k + 1)} = \frac{-2}{k + 1} \quad \checkmark$$

I $\frac{-1}{k - 3} \leq \frac{-4}{k + 1}$

$$-k - 1 \leq -4k + 12$$

$$3k \leq 13$$

$$k \leq \frac{13}{3}$$

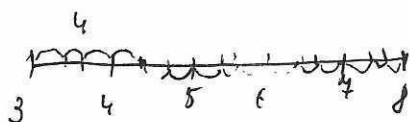
$$k \leq 4\frac{1}{3}$$

II $\frac{-2}{k + 1} \leq \frac{-2}{k - 3}$

$$-2k + 6 \leq -2k - 6$$

$$0k \leq -12$$

$$\emptyset$$

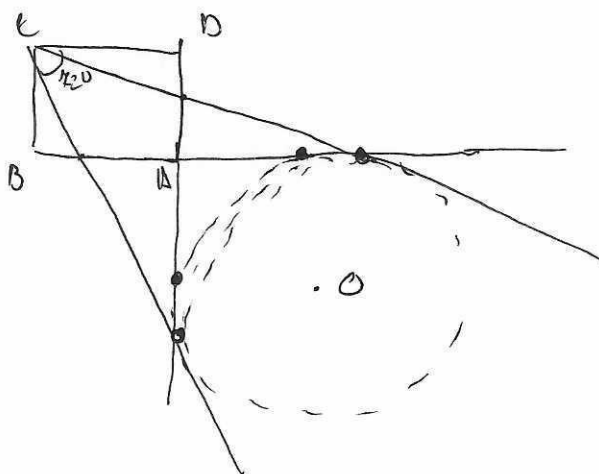


Вероятность равна $\frac{4}{15}$

Отв: $\frac{4}{15} \quad \checkmark$

(20)

N2



? $\emptyset$