

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

113272

Класс 11

Вариант 22

Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания Горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	9	15	-	17	-	-	-	-	-	46	сорок шесть	

$\sqrt{1} \quad \frac{a^{12} + 4096}{64a^6} = ? \quad , \quad \frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 3$

$$\frac{a^{12} + 4096}{64a^6} = \frac{a^6}{64} + \frac{64}{a^6} = \left(\frac{a}{2}\right)^6 + \left(\frac{2}{a}\right)^6 = \left(\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^3 + \left(\left(\frac{2}{a}\right)^2\right)^3 =$$

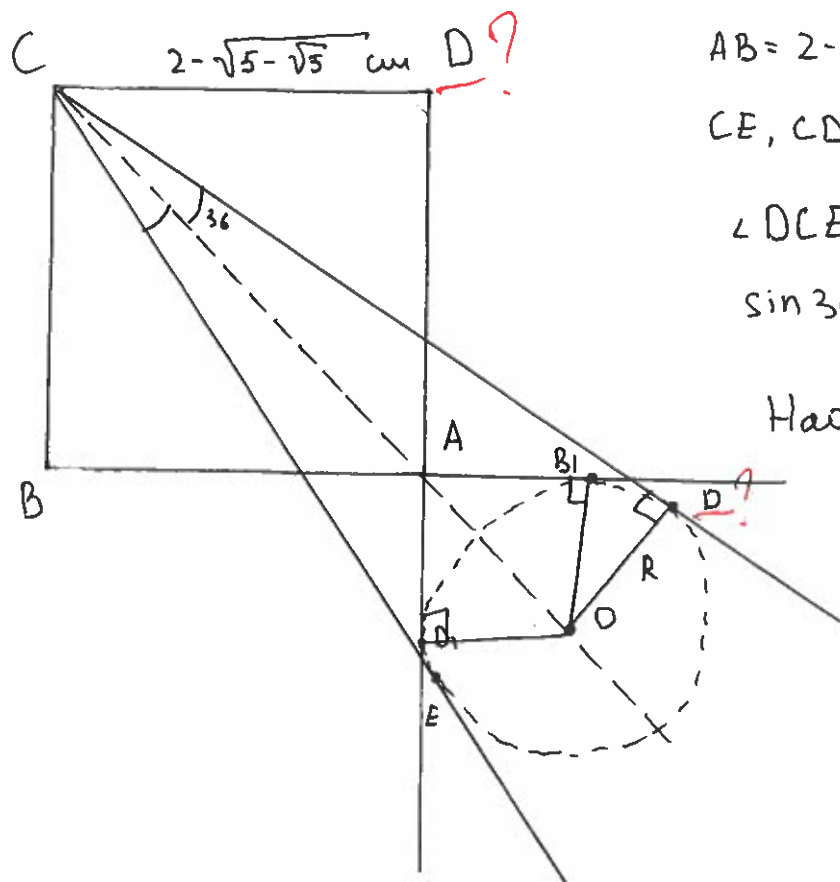
$$= \left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{a}\right)^2\right) \left(\left(\frac{a}{2}\right)^4 - 1 + \left(\frac{2}{a}\right)^4\right) = \underbrace{\left(\left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right)^2 + 2\right)}_{11} \left(\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)^2 + \left(\left(\frac{2}{a}\right)^2\right)^2 - 1\right) =$$

$$= 11 \cdot \left(\underbrace{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{a}\right)^2\right)}_{11} - 2 - 1\right) =$$

$$= 11 (11^2 - 3) = 11 \cdot 118 = \boxed{1298}$$

Ответ: 1298.

$\sqrt{2}$



Дано: ABCD - квадрат

$AB = 2 - \sqrt{5} - \sqrt{5}$ см

CE, CD - касательные к окр. (O)

$\angle DCE = 72^\circ$

$$\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

Найти: R

Решение:

1) Точки C, A, O лежат на одной прямой (OD, AB₁ - квадрат $\Rightarrow$ AD - диагональ и бис-са)
 $\angle A$ -бис-са $\angle BCD$ и $\angle ECD \Rightarrow \angle DCO = 36^\circ$.

2) Проведем $OD \perp CD$ (по св-ву радиуса, проведен. в т. касание)

Рассмотрим $\triangle DCO$:

$$OC = OA + AC = \sqrt{2}R + \sqrt{2}(2 - \sqrt{5} - \sqrt{5}) = \sqrt{2}(R + 2 - \sqrt{5} - \sqrt{5}) \text{ см}$$

$$\sin \angle DCO = \sin 36^\circ = \frac{OD}{CO} = \frac{R}{\sqrt{2}(R + 2 - \sqrt{5} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

унижена одинаковая буква в числителе!

Найдем отсюда R:

$$2\sqrt{2}R = \sqrt{2}(R + 2 - \sqrt{5} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5}$$

$$R(2 - \sqrt{5} - \sqrt{5}) = 2 - \sqrt{5} - \sqrt{5} - 5 + \sqrt{5}$$

$$R = \frac{2 - \sqrt{5} - \sqrt{5} - (5 - \sqrt{5})}{2 - \sqrt{5} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5} - \sqrt{5}} = \sqrt{5} - \sqrt{5} \text{ см}$$

Ответ: $\sqrt{5} - \sqrt{5}$ см.

95

$\sqrt{2}$

$$\sqrt{3} \quad \begin{cases} x^2 - 23y + 66z + 612 = 0 \\ \textcircled{+} \begin{cases} y^2 + 62x - 20z + 296 = 0 \\ z^2 - 22x + 67y + 505 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 23y + 66z + 612 + 62x - 20z + 296 - 22x + 67y + 505 = 0$$

$$(x^2 + 40x) + (y^2 + 44y) + (z^2 + 46z) + \underbrace{612 + 296 + 505}_{1413} = 0$$

$$1413 = 20^2 + 22^2 + 23^2$$

$\Downarrow$

$$(x^2 + 40x + 20^2) + (y^2 + 44y + 22^2) + (z^2 + 46z + 23^2) = 0$$

$$(x+20)^2 + (y+22)^2 + (z+23)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -20; y = -22; z = -23}$$

Проверка:

$$1) (-20)^2 - 23 \cdot (-22) + 66 \cdot (-23) + 612 = 0$$

$$400 + 506 - 1518 + 612 = 0 - \text{верно.}$$

$$2) (-22)^2 + 62 \cdot (-20) - 20 \cdot (-23) + 296 = 0 - \text{верно.}$$

3) Автоматически верно.

Ответ: $x = -20; y = -22; z = -23$.

155

$\sqrt{5}$ $(k^2 - 2k - 3)x^2 + (3k - 5)x + 2 = 0$

$k \in [3; 8]$

1) $k^2 - 2k - 3 \neq 0$

$k \neq -1$

$k \neq 3$

Условие: $x_1 \leq 2x_2$.

x_1, x_2 — различные.

2) $D = (3k - 5)^2 - 4(k^2 - 2k - 3) \cdot 2 = k^2 - 14k + 49 = (k - 7)^2 \geq 0$ — всегда.

$k \neq 7$

3) $D \geq 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-(3k-5) \pm \sqrt{(k-7)^2}}{2(k^2-2k-3)} = \frac{-3k+5 \pm (k-7)}{2(k^2-2k-3)}$$
 (В данном случае модуль можно опустить, т.к. выражение раскрывается с "+" и "-")

$x_1 = -\frac{1}{k-3}$
 $x_2 = -\frac{2}{k+1}$

Рассмотрим, когда выполняется условие задачи:

① $-\frac{1}{k-3} \leq 2 \cdot \left(-\frac{2}{k+1}\right)$

② $\frac{-2}{k+1} \leq 2 \cdot \left(-\frac{1}{k-3}\right)$

$\frac{1}{k-3} \geq \frac{4}{k+1}$

$-\frac{2}{k+1} \leq \frac{-2}{k-3}$

$\frac{k+1-4(k-3)}{(k-3)(k+1)} \geq 0$

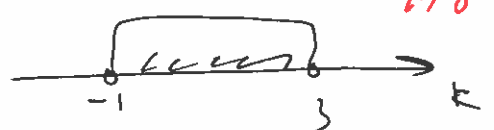
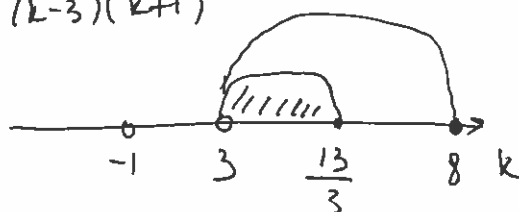
$\frac{-2}{k+1} + \frac{2}{k-3} \leq 0$

$\frac{-3k+13}{(k-3)(k+1)} \geq 0$

$\frac{-2k+6+2k+2}{(k+1)(k-3)} \leq 0$

$\frac{3k-13}{(k-3)(k+1)} \leq 0$

$\frac{8}{(k+1)(k-3)} \leq 0$



175

Нам не подходит.

$P = (3; \frac{13}{3}]$

Ответ:

$k \in (3; \frac{13}{3}]$

$[3; 8]$

$P = (3; \frac{13}{3}]$

$\frac{4}{175}$

не найдены
дискриминант
объектов и не определены
векторы