



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$$r^2 + (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})^2 = \frac{4r^2}{5 - \sqrt{5}}$$

$$\frac{4r^2}{5 - \sqrt{5}} - r^2 = (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})^2$$

$$r^2 \left(\frac{4}{5 - \sqrt{5}} - 1 \right) = (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})^2$$

$$r^2 \left(\frac{5 - 1}{5 - \sqrt{5}} \right) = (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})^2$$

$$r^2 \frac{1}{\sqrt{5}} = (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})^2$$

$$r^2 = \sqrt{5} (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})^2$$

⊕

$$r = \sqrt[4]{5} (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})$$

$$r = 2\sqrt[4]{5} - \sqrt[4]{5}(\sqrt{5 - \sqrt{5}})$$

$$r = 2\sqrt[4]{5} - \sqrt[4]{5(5 - \sqrt{5})}$$

$$r = 2\sqrt[4]{5} - \sqrt[4]{5(5 - 1)}$$

$$\text{Answer: } 2\sqrt[4]{5} - \sqrt[4]{5(5 - 1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^{12} + 4096}{a^6 - 64} &= \frac{a^{12} + 2^{12}}{2^6 a^6 - 2^6} = \frac{a^{12} + 2^{12} - 2 \cdot 2^6 a^6 + 2 \cdot 2^6 a^6}{2^6 a^6 - 2^6} = \frac{(a^6 + 2^6)^2 - 2^6 a^6}{2^6 a^6 - 2^6} = \\ &= \frac{(a^6 + 2^6)^2}{2^6 a^6 - 2^6} + 2 = \left(27 - \frac{3 \cdot 2^2 a^4 - 2 \cdot 2^4 a^2}{2^3 a^3} \right)^2 + 2 = 9 \left(9 - \frac{a - 1}{2a} \right)^2 + 2 \\ &= 9 \left(\frac{49 - 17\sqrt{13}}{6 - 2\sqrt{13}} \right)^2 + 2 \end{aligned}$$

$$\frac{a}{2} - \frac{1}{a} = 3$$

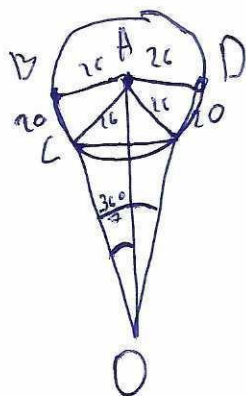
$$\frac{a^2 - 4}{2a} = 3$$

$$\frac{(a^2 - 4)^3}{2^3 a^3} = 27$$

$$\frac{a^6 - 3 \cdot 2^2 a^4 + 3 \cdot 2^4 a^2 - 2^6}{2^3 a^3} = 27$$

Бланк олимпиадной работы

М. Пашинян
 Равно: $h=7$
 $r=26 \text{ см}$



1 отдельный радиус

$$\angle BOD = \frac{360^\circ}{7}$$

По т. косинусов

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \alpha$$

$$62^2 = 20^2 + 26^2 - 2 \cdot 20 \cdot 26 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

По т. синусов:

$$\frac{AO}{\sin \angle ABC} = \frac{AB}{\sin \angle BOA} \Rightarrow \frac{AO}{\frac{12}{13}} = \frac{26}{\sin \frac{180^\circ}{7}}$$

$$\frac{AO}{12} = \frac{26}{\sin \frac{180^\circ}{7}}$$

$$AO = \frac{24}{\sin \frac{180^\circ}{7}}$$

Ответ $\frac{24}{\sin \frac{180^\circ}{7}}$

$$\begin{cases} x^2 - 23y + 66z + 611 = 0 \\ y^2 + 62x - 202 + 296 = 0 \\ z^2 - 22x + 67y + 505 = 0 \end{cases}$$

Ответ: $\{-20; -22; -23\}$

Сложим все уравнения

$$x^2 + 40x + y^2 + 44y + 462 + 1413 = 0$$

$$(x+20)^2 + (y+22)^2 + (z+23)^2 = 0$$

ищем
 квадрат равно 0, $z = -23$
 значит все квадраты равны 0





Бланк олимпиадной работы

№5

$$(k^2 - 2k - 3)x^2 + (3k - 5)x + 2 = 0$$

$k \in [3; 8]$ *будет один корень*
 $x_1 \in \mathbb{N}$ *пока* $\Rightarrow k \in \mathbb{N}$ *пока*

$$D = 9k^2 - 30k + 25 - 8(k^2 - 2k - 3) = k^2 - 14k + 49 = (k - 7)^2$$

$$x_1 = \frac{-3k + 5 + k - 7}{2(k^2 - 2k - 3)} = \frac{-2k - 2}{2(k+1)(k-3)} = -\frac{1}{k+3}$$

$$x_2 = \frac{-3k + 5 - k + 7}{2(k+1)(k-3)} = \frac{-4k + 12}{2(k+1)(k-3)} = -\frac{2}{k+1}$$

$$① -\frac{1}{k+3} \leq -\frac{2}{k+1}$$

$$\frac{1}{k+3} \geq \frac{2}{k+1} \text{ при } k > 3$$

$$\frac{k+1}{4} \geq k-3$$

$$k+1 \geq 4k-12$$

$$13 \geq 3k \quad k \leq \frac{13}{3}$$

$$k \leq 4\frac{1}{3}$$

$$k \in (3; 4\frac{1}{3}]$$

$$\text{поэтому } k \in \{3\}$$

Ответ: $\frac{4}{15}$

$$② -\frac{2}{k+3} \geq -\frac{1}{k+1}$$

$$\frac{1}{k+3} \leq \frac{1}{k+1}$$

Максимум $k > 3$

$$\frac{k+1}{4} \leq k-3$$

$$k+1 \leq 4k-12$$

$$1 \leq -3 \text{ неверно}$$

(+)

значит из значений $k \in [3; 8]$ подходят $k \in (3; 4\frac{1}{3}]$

$$\text{среднее } \frac{1\frac{1}{3} + 4\frac{1}{3}}{2} = \frac{5\frac{2}{3}}{2} = \frac{4}{1.5}$$