

Бланк олимпиадной работы

Класс 9 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МТЛУ им. Баумана

ОЦЕНКА

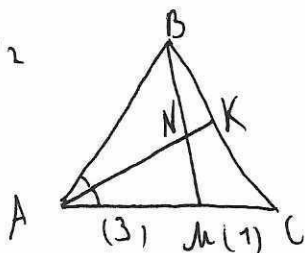
(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	10	15	18	20	—					63	шестьдесят три	

N1
$$\left(\frac{10001}{20232023} - \frac{10001}{20222022} \right) \cdot 4030506 + \sqrt{4092529} =$$

—

N2



Дано: $\triangle ABC$, AK — медиана, $AB=9$, $AC=3$, $BC=8$; $AM:CM=3:1$

$AK \cap BM = N$

Найти: KN ?

Решение

Пт.к. $AM:CM=3:1$, то пусть $CM=x$, тогда $AM=3x$; $AC=3x+x=4x$;

$AC=3 \Rightarrow 4x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{4}$; Пт.к. AK — медиана, то $\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{KC}$ $\frac{9}{3} = \frac{BK}{KC}$ $BK=3KC$

$BC=8 \Rightarrow KC=2$, а $BK=3KC=3 \cdot 2=6$, т. Меньше же $\triangle AKC$ и $\triangle BKM$:

$$\frac{CM}{AM} \cdot \frac{AN}{NK} = \frac{BK}{BC} = 1 \quad \frac{AN}{NK} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{4} = 1 \Rightarrow \frac{AN}{NK} = \frac{4}{1} \quad AN=4NK \Rightarrow AK=4NK+1NK=5NK$$

$$AK \text{ — медиана} \Rightarrow AK^2 = AB \cdot AC - BK \cdot KC = 9 \cdot 3 - 6 \cdot 2 = 27 - 12 = 15; AK = \sqrt{15} \Rightarrow NK = \frac{AK}{5} =$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{5} \quad \text{Ответ: } NK = \frac{\sqrt{15}}{5} \quad (+)$$

Бланк олимпиадной работы

N3 Тетрадь - $\frac{2}{11}$

Лёгкая многократная - $\frac{7}{13}$

Пусть n - всего проб, k - высокократной $\Rightarrow (n-k)$ проб - многократной,

w проб - лёгкой $\Rightarrow (n-w)$ проб - лёгкой $n \approx 150$

Лёгкая $1 - \frac{2}{11} = \frac{9}{11} \Rightarrow$ Тетрадь Лёгкая высокократная $\frac{9}{11} - \frac{7}{13} = \frac{117-77}{143} = \frac{40}{143}$

$$\frac{n-k}{n} = \frac{7}{13} \quad 13n - 13k = 7n \quad 13k = 6n; \quad \frac{40}{143} = \frac{n-w}{n} = \frac{n}{n} - \frac{w}{n} \quad \frac{k}{n} = \frac{w}{n} + \frac{40}{143}$$

$$k = w + \frac{40}{143} \cdot \frac{13k}{6} \quad k = w + \frac{40k}{66} \quad w = \frac{26k}{66} \quad \frac{2}{11} = \frac{w}{n} \quad \frac{2}{11} = \frac{26k}{66n} \quad k = \frac{40}{143} \cdot \frac{w}{n} + \frac{40}{143} \cdot n$$

$$k = \frac{6}{13} n = \frac{6}{13} \cdot 150 = 69, \text{ тогда проб было меньше чем } 69 \quad k=66$$

Ответ: $k=66$ (А)

$$N4 \left(\frac{2023}{2022} \right)^{36+24+16+\dots+36\left(\frac{2}{3}\right)^k} > \left(\frac{2023}{2022} \right)^{96} \Rightarrow 36+24+16+\dots+36\left(\frac{2}{3}\right)^k > 96$$

$$b_1=36 \quad q=\frac{2}{3} \quad S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} = \frac{36\left(\left(\frac{2}{3}\right)^n-1\right)}{\frac{2}{3}-1} = \frac{36\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)}{\frac{1}{3}} = 108\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$$

$$108\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) > 96$$

$$1-\left(\frac{2}{3}\right)^n > \frac{96}{108} \quad \frac{96}{108} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

$$1-\left(\frac{2}{3}\right)^n > \frac{8}{9}$$

$$-\left(\frac{2}{3}\right)^n > -\frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n < \frac{1}{9}$$

$$\frac{2^n}{3^n} < \frac{1}{9}$$

$$\frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729} < \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{3^2} = \frac{3^4}{3^6} = \frac{81}{729} > \frac{1}{9}$$

$$\text{при } n=5 \text{ уже } \frac{32}{243} > \frac{1}{9}$$

$$\frac{2^n}{3^n} < \frac{1}{9}$$

$$\frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729}$$

$$\min n \in \mathbb{N} \quad n=6$$

$$\frac{1}{3^2} = \frac{3^4}{3^6} = \frac{81}{729}$$

$$\text{при } n=5 \text{ уже } \frac{32}{243} > \frac{1}{9}$$

Ответ: $n \geq 6$

Бланк олимпиадной работы

N 5 или $\sqrt{x^3 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} + 4} \leq 0$

н.к.в.

$x^3 + \frac{1}{x^3} - 2(x + \frac{1}{x}) + 4$

$x^3 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} + 4 = 0$

$x + \frac{1}{x} = t$ $t^3 = x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot x = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(t + \frac{1}{t})$

$t^3 - 3t = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$t^3 - 3t - 2t + 4 = 0$

$t^3 - 5t + 4 = 0$

$t_1 = 1$ - корень

$1 - 5 + 4 = 0$ (верно)

$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & -5 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & 0 \end{array}$

$t^2 + t - 4 = 0$

$D = 1 + 16 = 17$

$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$x + \frac{1}{x} = 1$ или $x + \frac{1}{x} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ или $x + \frac{1}{x} = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$

$x^2 + 1 - x = 0$

$D = 1 - 4 = -3$

$D < 0$

$2x^2 + x(1 - \sqrt{17}) + 1 = 0$

$D = 1 + 17 - 2\sqrt{17} - 16 = 2(1 - \sqrt{17})$

$x_{1,2} = \frac{\sqrt{17} - 1 \pm \sqrt{2(1 - \sqrt{17})}}{4}$

$2x^2 + x(1 + \sqrt{17}) + 1 = 0$

$D = 1 + 17 + 2\sqrt{17} - 16 = 2(1 + \sqrt{17})$

$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{2(1 + \sqrt{17})}}{4}$

Ответ: $x \in \left\{ \frac{\sqrt{17} - 1 \pm \sqrt{2(1 - \sqrt{17})}}{4}, \frac{-1 - \sqrt{17} \pm \sqrt{2(1 + \sqrt{17})}}{4} \right\}$

(+)



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

120892

0123456789

Бланк олимпиадной работы

