



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 31 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания УЛТМУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

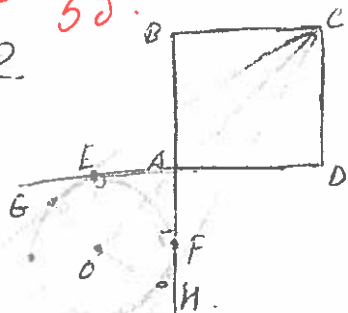
Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	13	0	16	2	-	-	-	-	46	сорок шесть	Mark Koo

Задача 1 * $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2) = (x - y)(6 - y)^2 + 3xy$

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = \frac{a^{12}}{27a^6} - \frac{729}{27a^6} = \frac{a^6}{3^3} - \frac{3^3}{a^6} = \left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2}\right) \left(\frac{a^4}{9} + 1 + \frac{9}{a^4}\right) =$$

$$= \left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2}\right) \left(\left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2}\right)^2 + 3\right) = 4 \cdot (4^2 + 3) = 4 \cdot 19 = 76$$

Ответ: 76 + 55.
Задача 2.



Дано:

$$\angle GCH = 36^\circ$$

$$AE = AF = 6 - 2\sqrt{5} \text{ см}$$

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$AB = AD = CD = BC = ?$$

Решение:

$$\angle E = \angle F = 90^\circ, \text{ т.к.}$$

это т. касания $\Rightarrow$

$$\Rightarrow OE = OF - \text{высота}$$

$$\triangle EOA = \triangle AOF, \text{ т.к.}$$

сторонами равные

углы $\parallel$

$$\triangle EOA = \triangle OAF$$

$$(\angle EAO = \angle OAF / 90^\circ \text{ радиусы})$$

$$AF = AE (\text{условие})$$

$$OA - \text{общая}$$

$$\triangle EOA \cong \triangle OAF$$

$$\angle A = 90^\circ (\text{т.к. радиусы})$$

$$\angle O = 90^\circ \Rightarrow \triangle EAF - \text{равнобедренный}$$

$$OE = OF = AF = EA = 6 - 2\sqrt{5}$$

$$OG = 2 = OF = 6 - 2\sqrt{5} \text{ см} \quad \angle OGC = 90^\circ (\text{высота т. касания})$$

$$\triangle OGC - \text{прямоугольный} \Rightarrow \sin \angle GCO = \frac{OG}{OC}$$

$$\triangle OGC \cong \triangle OCH (\angle G = \angle H = 90^\circ \Rightarrow \angle GOC = \angle HOC (\text{радиусы}))$$

$$OG = OH = 2 \Rightarrow \angle GCO = \angle C = 2 = 18^\circ$$

$$\sin 18^\circ = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$\frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{4} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \Rightarrow OC = 4(\sqrt{5} - 1) \text{ см}$$

$$OA = OF \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(6 - 2\sqrt{5}) \text{ см}$$

$$AC = OC - OA = (4(\sqrt{5} - 1) - \sqrt{2}(6 - 2\sqrt{5})) \text{ см}$$

$$\angle CAD = 45^\circ (\text{диаг. и стор. \(\angle\) между радиусами})$$

$$AD = AC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1) - 6 + 2\sqrt{5} = (2\sqrt{10} - 2\sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{5}) \text{ см}$$

$$\text{Ответ: } AD = \text{см. равноср} = 2\sqrt{10} - 2\sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{5} +$$

Лист 1 из 4

105.

Бланк олимпиадной работы

Задача 3

$$4x - x^2 + \sqrt{(9-x^2)(-7+8x-x^2)} = 7$$

$$(9-x^2)(-7+8x-x^2) = (x^2-4x+7)^2$$

Раскроем все скобки (перемножим)

$$-63 + 72x - 9x^2 + 7x^2 - 8x^3 + x^4 = x^4 - 4x^3 + 7x^2 + 4x^3 - 16x^2 - 28x + 7x^2 - 28x + 49 =$$

$$x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 72x - 63 = x^4 - 8x^3 + 30x^2 - 56x + 49$$

$$32x^2 - 128x + 112 = 0$$

$$2x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$D = 64 - 56 = 8$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{2}}{4} = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

Задача 5.

$$(k^2 - 3k - 10)x^2 + (3k - 8)x + 2 = 0$$

$$D = 9k^2 - 48k + 64 - 8k^2 + 24k + 80 = k^2 - 24k + 144 = (k-12)^2$$

$$x_1 = \frac{-3k+8+k-12}{2(k+2)(k-5)} = \frac{-2(k-2)}{2(k+2)(k-5)} = \frac{-1}{k-5}$$

$$x_2 = \frac{+3k+8-k+12}{2(k+2)(k-5)} = \frac{+4(k-5)}{2(k+2)(k-5)} = \frac{+2}{k+2}$$

$$x_1 \leq 2x_2$$

$$\frac{-1}{k-5} \leq \frac{-4}{k+2}$$

$$\frac{1}{k-5} \geq \frac{4}{k+2}$$

$$k+2 \geq 4k-20$$

$$3k \leq 22 \Rightarrow k \leq 7\frac{1}{3}$$

это верно при $k \in [6; 7\frac{1}{3}]$

$[6; 10]$ аналогично $[0; 4]$

$[6; 7\frac{1}{3}]$ аналогично $[0; 1\frac{1}{3}]$

$\frac{4}{3} = 3 \Rightarrow \frac{100\%}{3} = 33,3\% - \text{вероятность, что } k \in [6; 7\frac{1}{3}]$

Ответ: 33,3%

что это за функция?

Задача 165.

$x^2 - 4x + 7$ б.т. т.т. $a = 1 > 0$
 $D = 16 - 28 < 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 7 > 0$
 всегда
 Тогда можем возвести
 обе части в квадрат, т.к. б.т.

0.0.3.?

135.

$k \in [6; 10]$

$$k^2 - 3k - 10 = (k+2)(k-5)$$

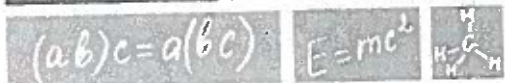
$$(k-12)^2$$

Зачем рассматривали этот случай?

вопрос в задаче другой...



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Задание 6.

Если длина троса = длине кривой, то она равна $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
Тогда найдем это значение.

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ xy + yz + xz = -22 \end{cases}$$

$$(x + y + z)^2 = 100 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 100 - 2(-22) = 144$$

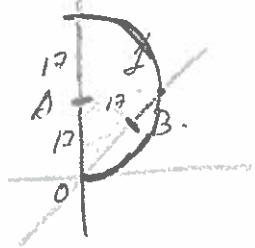
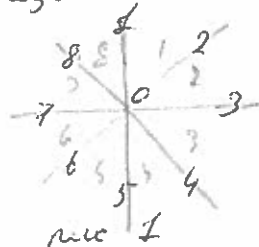
$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (зм)}?$$

Ответ: 12 - длина троса.

В системе 2 уравнения!
28. за счёту.

Задание 4.

Для начала поймем, что все разары не ограничены расстоянием от платформы и оно не может быть больше 17 км = z, иначе сама платформа не будет покрывать покрытие разаров, что и вызовом проблемы. Вещка есть расстояние ≤ 17 км. Докажем, что 17 км можно всего 8 частей - разаров.



Докажем, что для каждой плоскости есть разар который берет все точки 6 этой части от точки до платформы ≤ 17 км. Рассмотрим первую часть и 1 разар. Вре разаров разместим на прямой из мс 1 на расстоянии 17 км от платформы (0 - платформа).

Заметим, что это то, что должно быть разар, ведь шириной это то, что разар покрывает $\Rightarrow$ каждый разар своим радиусом своего круга делит разар $\Rightarrow$ все возможно когда расстояние от разара до платформы 17 км $\Rightarrow$ максимальное расстояние 17 км. Но условием просят, чтобы покрывали ширину 16 км, т.е. круг 28 км, а мы доказали, что можно 17 км, т.е. круг 34 км. Шес. мс. мс. Круг с r = 17 км при таком расстоянии $\Rightarrow$ дальше будет раскрываться такая макс. расстояние, готова окуп. макс. площадь покрытия.

Привет к шес. мс.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Тогда можно найти площадь покрытия для одной
гости и просто умножим на 8.
Опять же на примере 1 гостя, нарисуем все, что будет
в гости доме (круги, разары). (покрываем)

X - разары

Заметим, сегменты имеют один радиус,
равную др. заметим сегменты
вычитаем ее.

$$S_{\text{сег}} = \frac{1}{4} \pi R^2 - S_{\Delta AOB} = \frac{\pi \cdot 17^2}{4} - \frac{1}{2} \cdot 17^2$$

Тогда площадь всего в 1 госте

$$\text{равна } \frac{1}{2} \pi R^2 - \frac{S_{\text{сег}}}{\text{сег}} + \frac{S_{\text{сег}}}{\text{сег}} \Rightarrow$$

(исх. площадь равна)

$$\Rightarrow 1 \text{ гостя} = S = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{17^2 \pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Площадь покрытия} &= S_{\text{разары}} = 8S = \frac{17^2 \pi}{2} \cdot 8 = \\ &= 4 \cdot 17^2 \pi = 1176 \pi \text{ км}^2 \end{aligned}$$

Ответ: ~~1176 π км²~~

05.