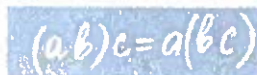




ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



$$E = mc^2$$



ШИФР

100213

0123456789

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 31 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания УЛГТУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	14	6	5	-	-	-	-	67 55	" пятьдесят пять	Маш 10

№ 1.

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} ; \frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2} = 4$$

Решение

1) $a \neq 0$

$$2) \frac{a^{12} - 729}{27a^6} = \frac{a^{12}}{27a^6} - \frac{729}{27a^6} = \frac{a^6}{27} - \frac{27}{a^6} = \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - \left(\frac{3}{a^2}\right)^3 = \left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2 \cdot 3}{3 \cdot a^2} + \frac{9}{a^4}\right) = \left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2}\right) \left(\left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2}\right)^2 + 3\right)$$

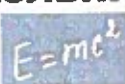
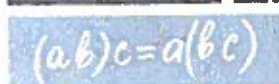
3) Получим:

$$4(4^2 + 3) = 4 \cdot 19 = 76$$

Ответ: 76.

+

58.



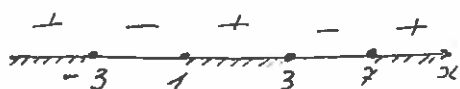
Бланк олимпиадной работы

N 3

$$4x - x^2 + \sqrt{(9-x^2)(-7+8x-x^2)} = 7$$

1) ОДЗ:

$(x^2-9)(x^2-8x+7) \geq 0$, т.к. ПОДКОРЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ



$$2) 4x - x^2 + \sqrt{(x^2-9)(x^2-8x+7)} = 7$$

$$\sqrt{(x^2-9)(x^2-8x+7)} = x^2 - 4x + 7$$

$$(x^2-9)(x^2-8x+7) = (x^2-4x+7)^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 9x^2 + 72x - 63 = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 4x^3 + 16x^2 - 28x + 7x^2 - 28x + 49$$

$$7x^2 - 9x^2 + 72x - 63 = 7x^2 + 16x^2 + 7x^2 - 28x - 28x + 49$$

$$72x - 63 = 32x^2 - 56x + 49$$

$$32x^2 - 128x + 112 = 0 \quad | :16$$

$$2x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 64 - 56 = 8$$

$$x_1 = \frac{8 + \sqrt{8}}{4} = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_2 = \frac{8 - \sqrt{8}}{4} = \frac{4 - \sqrt{2}}{2} = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

x_1 и x_2 входят в ОДЗ

$$\text{Ответ: } 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}; 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

+

158.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

N5

$$(k^2 - 3k - 10)x^2 + (3k - 8)x + 2 = 0; \quad x_1 \leq 2x_2$$

Решение:

$$D = (3k - 8)^2 - 4 \cdot 2(k^2 - 3k - 10) = 9k^2 - 48k + 64 - 8(k^2 - 3k - 10) =$$

$$= 9k^2 - 48k + 64 - 8k^2 + 24k + 80 = k^2 - 24k + 144 = (k - 12)^2$$

$$x_1 = \frac{-(3k - 8) + (k - 12)}{2(k^2 - 3k - 10)} = \frac{-3k + 8 + k - 12}{2(k^2 - 3k - 10)} = \frac{-2k - 4}{2(k^2 - 3k - 10)} = \frac{-k - 2}{k^2 - 3k - 10}$$

$$x_2 = \frac{-3k + 8 - k + 12}{2(k^2 - 3k - 10)} = \frac{-4k + 20}{2(k^2 - 3k - 10)} = \frac{10 - 2k}{k^2 - 3k - 10}$$

по условию:

$$x_1 \leq 2x_2$$

если $x_2 \neq 0$:

$$\frac{x_1}{x_2} \leq 2$$

$$\frac{-k - 2}{k^2 - 3k - 10} \cdot \frac{(k^2 - 3k - 10)}{10 - 2k} \leq 2$$

$$\frac{-k - 2}{10 - 2k} \leq 2, \text{ при } k \neq 5$$

$$-2 - k \leq 20 - 4k$$

$$k \leq \frac{22}{3}$$

$$k \in [6; 7\frac{1}{3}]$$

$[6; 10]$ - 100% вероятность

$$[6; 7\frac{1}{3}] - ?$$

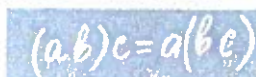
$$\frac{1\frac{1}{3}}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Ответ верный

185. 65. Ход решения правильный!
к верному ответу приведено
четыре числа ошибки!

Лист 3 из 6



$$E = mc^2$$

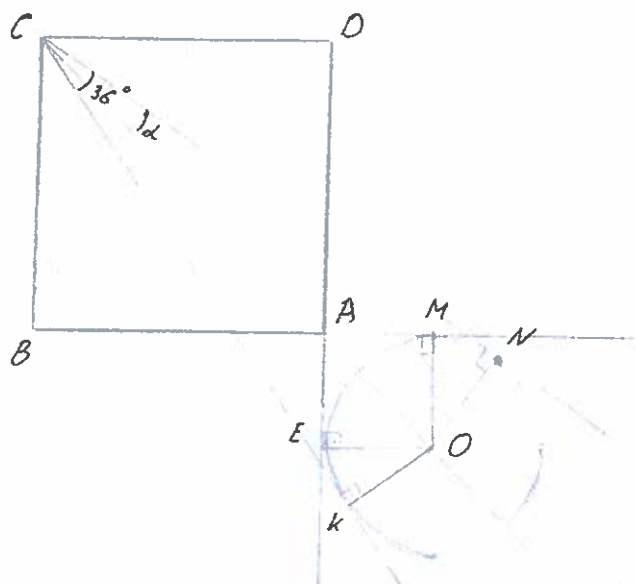


ШИФР



Бланк олимпиадной работы

N 2



Дано:

$$AM = AE = 6 - 2\sqrt{5} \text{ см}$$

$$\angle C = 36^\circ$$

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

Найти AB

- 1) OEAM - квадрат $\Rightarrow AE = AM = OM = 6 - 2\sqrt{5}$
- 2) $\triangle OCN$ - прямоугольн. (CN касат. в т. N)

$$\sin d = \sin 18^\circ = \frac{ON}{OC}$$

$$OC = \frac{ON}{\sin 18^\circ}$$

$$OC = \frac{(6-2\sqrt{5})4}{\sqrt{5}-1}$$

$$OC = 4(\sqrt{5}-1)$$

ON = OM - радиусы окр. в точках касания
ON = $6 - 2\sqrt{5}$

- 3) AO - диагональ квадрата

$$AO = \sqrt{2} AM = \sqrt{2} (6 - 2\sqrt{5}) = (6 - 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{2}$$

$$4) AC = OC - AO$$

$$AC = 4(\sqrt{5}-1) - (6-2\sqrt{5})\sqrt{2} = (\sqrt{5}-1)(4 - (\sqrt{5}-1)\sqrt{2})$$

- 5) по т. Пифагора: $AC^2 = 2AB^2$

$$AB = \frac{AC}{\sqrt{2}}$$

$$AB = \frac{(\sqrt{5}-1)(4 - (\sqrt{5}-1)\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}-1)(4 - \sqrt{10} + \sqrt{2})}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}-1)\sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{5} + 1)}{\sqrt{2}} =$$

$$= (\sqrt{5}-1)(\sqrt{8} - \sqrt{5} + 1)$$

$$\text{Ответ: } (\sqrt{5}-1)(\sqrt{8} - \sqrt{5} + 1) \text{ см.}$$

148. 100.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

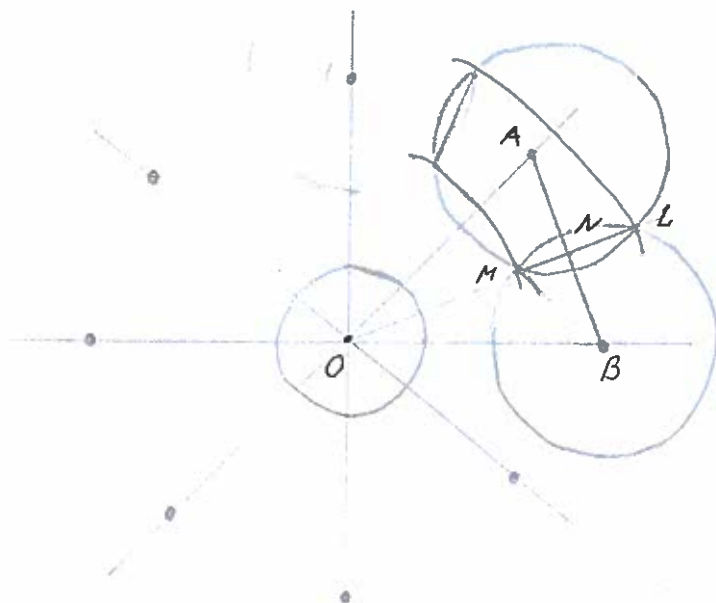
100213

0123456789

Бланк олимпиадной работы

№4

$$OA = OB = ?$$



- 1) $\triangle OAB$ - равнобедр.-
 $\angle O = 45^\circ$ $AN = NB \Rightarrow ON \perp AB$

- 2) $\triangle MNB$ - прямоугольн.
 $MN = 8$ км (половина ширины кольца)
 $MB = 17$ км (радиус круга покрытия лаварса)
 $NB = \sqrt{MB^2 - MN^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$ км

- 3) по т. косинусов
 $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \angle O = 2OA^2 - 2OA^2 \cdot \cos \angle O$

$$AB = 2NB = 30 \text{ км}$$

$$30^2 = 2OA^2(1 - \cos 45^\circ) \Rightarrow OA^2 = \frac{30^2}{2(1 - \cos 45^\circ)} = \frac{900}{2 - \sqrt{2}}$$

$$OA = \frac{30}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} \approx 39 \text{ км}$$

$$ON = \sqrt{OA^2 - AN^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = \sqrt{24 \cdot 54} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 4 \cdot 9 = 36 \text{ (км)} \quad AN = NB$$

$$OM = ON - MN = 36 - 8 = 28 \text{ (км)}$$

$$OL = ON + MN = 44 \text{ (км)} - \text{т.к. } MN = NL$$

$$S = \pi(44^2 - 28^2) = \pi((44-28)(44+28)) =$$

$$= 1152\pi \text{ (км}^2\text{)}$$

Ответ: ≈ 39 км,

площадь $\approx 1152\pi$ км²

$\approx 3614,28$ км².

↑
ответ не точный

188.145

Лист 5 из 6



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

100213

0123456789

Бланк олимпиадной работы

№ 6.

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ xy + yz + xz = -22 \end{cases}$$

1) $(x + y + z)^2 = 10^2$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = 100$, ПОДСТАВИМ ЗНАЧЕНИЕ
ВТОРОГО ВЫРАЖЕНИЯ

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot 22 = 100$$

$x^2 + y^2 + z^2 = 144$, ЗАМЕТИМ, ЧТО ЭТО ФОРМУЛА
ОКРУЖНОСТИ; уравнение сфер

2) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \Rightarrow R = 12$, ТОГДА ДЛИНА СТАЛЬНОГО
ТРОСА БУДЕТ РАВНА ДЛИНЕ ОКРУЖНОСТИ ЭТОГО РАДИУСА

$$\Rightarrow L_{\text{троса}} = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 = 24 \cdot 3,14 = 75,36$$

Ответ: длина троса равна 75,36.

Неверный вывод. Есть же второе уравнение:
 $x + y + z = 10$ - ур-ние плоскости.

58.