

Бланк олимпиадной работы

Класс 7 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МГТУ имени Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	2	16	0					50	пятьдесят	

Бланк олимпиадной работы

$$\begin{array}{c}
 2622 \quad 1001 \quad 15 \quad 2022 \quad 2022 \\
 \hline
 \end{array}$$

тогда $x^3 + \frac{1}{x^3} - 2x - \frac{2}{x} + 4 = 0$

$x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow t^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x}$ тогда $t^3 - 3t - 2t + 4 = 0$

$t^3 - 5t + 4 = 0$ $t = 1$ - корень $1 - 5 + 4 = 0 \Rightarrow t^3 - 5t + 4 \mid t - 1$

$t^2 + t - 4 = 0$ $D = 1 + 16 = 17$ $t_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$D = 1 - 4 < 0 \Rightarrow$ нет корней.

$\begin{cases} x + \frac{1}{x} = 1 & (1) \\ x + \frac{1}{x} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} & (2) \end{cases}$

(2) $x^2 - \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}x + 1 = 0$

$D = \frac{16 - 2\sqrt{17}}{4} - 4 < 0$ нет корней.

$x^2 - \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}x + 1 = 0$

$D = 4 + \frac{\sqrt{17}}{2} - 4 = \frac{\sqrt{17}}{2} = \left(\sqrt{\frac{\sqrt{17}}{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{4 \cdot \frac{17}{4}}\right)^2$

Ответ: $x_{1,2} = \frac{-1 - \sqrt{17} \pm \sqrt{\frac{17}{4}}}{4} = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4} \pm \frac{\sqrt{\frac{17}{4}}}{4}$

16

Бланк олимпиадной работы

$$\begin{aligned} & \left(\frac{10001}{2023 \cdot 10001} - \frac{10001}{10001 \cdot 2022} \right) \cdot 2022 \cdot 2023 + \sqrt{2023^2} = \\ & = \left(\frac{1}{2023} - \frac{1}{2022} \right) \cdot 2022 \cdot 2023 + 2023 = -\frac{1}{2022 \cdot 2023} \cdot 2023 \cdot 2022 + 2023 = \\ & = -1 + 2023 = 2022. \end{aligned}$$

Ответ: 2022 (F)

N2.

$$9^2 > 3^2 + 8^2$$

$$81 > 9 + 64 \Rightarrow \angle C - \text{тупой}$$

$$AM + CM = 3$$

$$u \quad CM = 3 \quad CM = \frac{3}{4}; \quad AM = \frac{9}{4}$$

$$AK - \text{биссектриса} \Rightarrow \frac{AC}{CK} = \frac{AB}{KB} \Leftrightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{KB}{CK} = 3 \Rightarrow u \quad KC = 8 \quad KC = 2; \quad KB = 6$$

$$\text{тогда } \triangle CMK \sim \triangle CAB, \text{ т.к. } \angle C - \text{общий}; \quad \frac{AC}{CM} = \frac{CB}{CK} +$$

$$\Rightarrow K = 4 \Rightarrow MK = \frac{AB}{K} = \frac{9}{4} = AM \Rightarrow \triangle AMK - \text{р.б.} \Rightarrow \angle MKH = \angle MAK$$

$$\text{так же } \angle CMK = \angle ANB - \text{вертикальные} \Rightarrow \triangle ANB \sim \triangle KHM$$

$$\Rightarrow \frac{NK}{AN} = \frac{1}{4} = \frac{MN}{MB}$$

$$\text{Проведем } HK - \text{перпендикуляр к } CB, \text{ тогда } AH = h; \quad HC = k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h^2 + k^2 = 3^2 \\ h^2 + (k+8)^2 = 9^2 \end{cases}$$

$$16k = 81 - 9 - 64 = 8$$

$$k = \frac{1}{2} \Rightarrow h^2 = \frac{35}{4}, \text{ тогда } h^2 + (k+8)^2 = 11k^2$$

$$AK^2 = \frac{35}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{60}{4} = 15 \Rightarrow AK = \sqrt{15}$$

$$AN + NK = \sqrt{15} = 5NK \Rightarrow NK = \frac{\sqrt{15}}{5} = \sqrt{\frac{15}{25}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$\text{Ответ: } NK = \sqrt{\frac{3}{5}} \quad (F)$$

Бланк олимпиадной работы

$$\left(\frac{2023}{2022}\right)^{36+\dots+36\left(\frac{2}{3}\right)^n} > \left(\frac{2023}{2022}\right)^{96N}$$

$$\frac{2023}{2022} > 1; \frac{2023}{2022} = \frac{2023}{2022} \Rightarrow \text{чтобы выполнялось } 36+\dots+36\left(\frac{2}{3}\right)^n > 96$$

$$36+\dots+36\left(\frac{2}{3}\right)^n = (a_n) \cdot 2 \cdot n, \text{ где } q = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{д.у. 2. n}$$

нам нужно, чтобы сумма первых n -членов $= 96$

$$\text{, тогда } \frac{a_n \cdot \frac{2}{3} - 36}{q - 1} > 96?$$

$$96 < 108 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n + 108$$

$$\frac{12}{108} > \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n \quad \frac{1}{9} > \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n \downarrow \Rightarrow n \in \mathbb{N} \text{ найдем } n$$

первое n $n=5 \Rightarrow \frac{32}{3^5} < \frac{3^3}{3^5}$ но $32 > 27 \Rightarrow x$ (перед 5 еще больше разницы
т.к. $y = \text{const}$; а левая часть $\downarrow$)

$n=6 \Rightarrow \frac{64}{3^6} < \frac{3^4}{3^6}$ $81 > 64 \Rightarrow \text{верно} \Rightarrow \text{первое } n \text{ когда } n=6$

$$36+24+16+\frac{32}{3}+\frac{64}{9}+\frac{128}{27} = 46 + \frac{128+192+288}{27} = 46 + \frac{608}{27} = 46 + \frac{96 \cdot 6 + 16}{27} = 46 + \frac{96}{3} + \frac{16}{27}$$

Ответ: $\min n = 6$

13

N -кол-во проб $N \approx 150$

$$\frac{2}{11} \cdot N \in \mathbb{N} \quad \frac{7}{13} \in \mathbb{N}$$

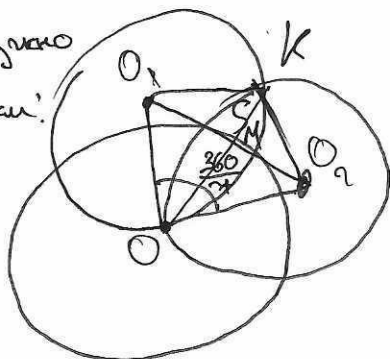
вся тяжелая карт-высоко серпистая $\Rightarrow$ в тяжелой карт-высоко серпистая содержится в тяжелой карт-высоко серпистой
но легкой, кроме легкой - кошотам

все $20 N - \frac{7}{13} N \in \mathbb{N}$, тогда т.к. $\text{НОД}(2, 11) = 1$; $\text{НОД}(7, 13) = 1$, то
 $N : 11 : 13 \Rightarrow N : 143$ - около 150, то 143, тогда $143 - \frac{7}{13} \cdot 143 = 143 - 77 = 66$

Ответ: 66 проб высоко серпистой карты.

Бланк олимпиадной работы

если нужно
заполнить
кольца



н.с

нужно чтобы каждая окружность касалась 60
иначе сальют точку O - никто не будет наблюдать

$\Rightarrow$ макс = 26 км. нужно располагать
 $O_1 \dots O_n$ - радиаров на окружности
с центром O (платформа) и через
360/7 радиусов окружностей

посчитаем всю площадь

$\Rightarrow$ то $\pi \cdot 26^2 - 7 \cdot S$

S - площадь пересечения радиаров.

проведем O_1O_2 , тогда угол $\angle O O_1 O_2 \stackrel{!}{=} \angle O_1 O_2 O = \frac{180 - \frac{360}{7}}{2} =$

$= 90 - \frac{180}{7}$

OK - радиус $\perp O_1O_2 \Rightarrow O_1M \perp$ - сечение OK , как и $O_2M \perp$ т.к

$OK \perp, O_1O = O_1K = O_2O = O_2K \Rightarrow$ и O_1O_2 - диаметр

$\Rightarrow \angle O O_1 K = \angle O O_2 K = 180 - \frac{360}{7}$

тогда считаем площадь сектора без площади $\triangle O O_1 K$ и
складываем - получим S

$S_{сек} = \pi \cdot 26^2 \cdot \frac{180 - \frac{360}{7}}{360} = 26\pi \cdot \frac{7}{5}$

$S_{\triangle O O_1 K} = 26 \cdot 26 \cdot \sin\left(180 - \frac{360}{7}\right)$

$\left. \begin{array}{l} S_{сек} = 26\pi \cdot \frac{7}{5} \\ S_{\triangle O O_1 K} = 26 \cdot 26 \cdot \sin\left(180 - \frac{360}{7}\right) \end{array} \right\} \cdot 2 \Rightarrow S = 2 \cdot \left(\frac{26 \cdot 7}{5} \pi - 26 \cdot 26 \cdot \sin \frac{900}{7} \right)$

$S = \frac{364}{5} \pi - 676 \sin \frac{900}{7}$

Answer: $= \pi \cdot \left(\frac{4222}{5} \right) + 4732 \cdot \sin 128 \frac{4}{7} = \pi \cdot 4222 \frac{2}{5} + 4732 \cdot \sin 38 \frac{4}{7}$