

Бланк олимпиадной работы

Класс 8 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	20							50	пятьдесят	

~1

$$2022 \cdot 1001 = 20222022$$

$$\left(\frac{10001}{2023 \cdot 10001} - \frac{10001}{2022 \cdot 10001} \right) \cdot 4030506 \sqrt{4032529} = \frac{2022 - 2023}{2022 \cdot 2023} \cdot 2022 \cdot 2023 + 2023 = 2022$$

Ответ: 2022

(+)

~3

Т.к. контейнер пуст! запячен, то в нем не 150 шт., а число кратное 11 и 13, т.е. $11 \cdot 13n = 143n$, т.к. $n \geq 1$, а при $n=2$ число > 150 , то в контейнере 143 шт. Рассмотрим, что там может быть.

Техс - высок.

лег. - мал, Т.к. на все техс. - мал - не оказалось, то, чтобы получить кон-во высокостр. лег. - высок. кепти надо из 1 - лег. - мал и умножить на 143.

$$1 - \frac{4}{13} = \frac{6}{13} \cdot 143 = 66$$

Ответ: 66

(+)

Бланк олимпиадной работы

№5 α

$$\sqrt[2022]{x^3 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} + 4} \leq 0$$

т.к. корни чётной степени, то

корень $\neq$ больше, либо равен 0. т.к. $\begin{cases} a \leq 0 \\ a \geq 0 \end{cases}$, то при этом $\Rightarrow \alpha = 0$

$$\sqrt[2022]{x^3 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} + 4} = 0, \text{ корни } \geq 0 \Rightarrow \text{выражение под корнем} = 0$$

$$x^3 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} + 4 = 0$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 = 0$$

Пусть $x + \frac{1}{x} = t$, тогда $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x - 3 \cdot \frac{1}{x}$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = x^3 + 3x + 3 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} - 3x - 3 \cdot \frac{1}{x}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3, \text{ т.е. } x^3 + \frac{1}{x^3} = t^3 - 3t$$

$$t^3 - 3t - 2t + 4 = 0$$

$$t^3 - 5t + 4 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -5 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(t-1)(t^2+t-4) = 0$$

$$\textcircled{1} D = 1 + 16 = 17$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$t = 1$$

$$2x^2 + 2 + x(1 - \sqrt{17}) = 0 \quad (1)$$

$$2x^2 + 2 + x(1 + \sqrt{17}) = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - x + 1 = 0 \quad (3)$$

обратная замена:

$$x + \frac{1}{x} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad | \cdot 2$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \quad | \cdot 2$$

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$2x + \frac{2}{x} = -1 + \sqrt{17}$$

$$2x + \frac{2}{x} = -1 - \sqrt{17}$$

$$\frac{x^2 + 1 - x}{x} = 0$$

$$\textcircled{1} x \neq 0$$

$$D = 1 - 2\sqrt{17} + 17 - 16 = 2(1 - \sqrt{17})$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 + \sqrt{17} \pm \sqrt{2 - 2\sqrt{17}}}{4}$$

$$\textcircled{2} x \neq 0$$

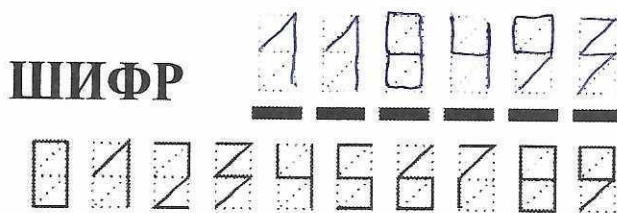
$$D = 1 + 2\sqrt{17} + 17 - 16 = 2 + 2\sqrt{17}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 - \sqrt{17} \pm \sqrt{2 + 2\sqrt{17}}}{4}$$

$$\textcircled{3} x \neq 0$$

$$D = 1 - 4 < 0 \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: $\frac{-1 + \sqrt{17} \pm \sqrt{2 - 2\sqrt{17}}}{4}; \frac{-1 - \sqrt{17} \pm \sqrt{2 + 2\sqrt{17}}}{4}$

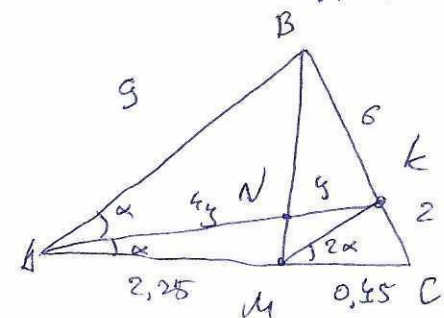
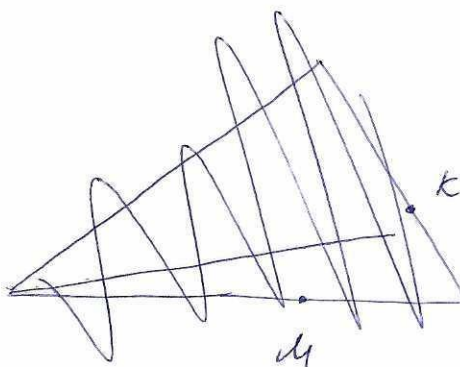
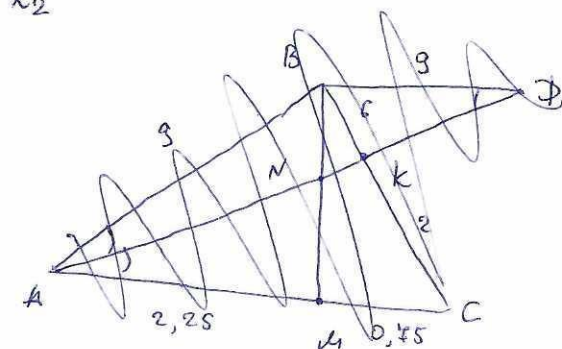


~~NB~~ N4

$$\left(\frac{2023}{2022}\right)^{36+2k+16+\dots+36\left(\frac{p}{3}\right)^h} > \left(\frac{2023}{2022}\right)^{96}$$

$$36 + 24 + 16 + \dots + 36\left(\frac{2}{3}\right)^n$$
$$36 + 24 + 16 + 24 + \dots = 100 + \dots$$
 , т.е. при минимальном n криво устье выпадает $\Rightarrow n=6$, т.к. $\frac{2023}{2022} = \frac{2023}{2022} \Rightarrow$

Ответ: 1

 ~ 2 

Решение:

$$e) \frac{AB}{AC} = \frac{BK}{KC}, \text{ i.e. } \frac{BK}{KC} = \frac{3}{1} \Rightarrow BK = 6, KC = 2 \text{ as ob-by Succi}$$

$$2) \frac{AM}{MC} = \frac{3}{1} \Rightarrow AM = \frac{9}{4}, MC = \frac{3}{4}$$

3) $\frac{KC}{MC} = \frac{BK}{AM} \Rightarrow$ $ABMK$ по сф. т. Паллеса $\Rightarrow ABKM$ - трапеция по опр.

4) $\frac{AN}{NK} = \frac{AB}{MK}$ по св-ву диаг. трапеции $\Rightarrow \frac{BN}{MH} = \frac{AB}{MK}$, т.к. AN -дуга, то $\frac{BN}{MH} = \frac{AB}{AM} = \frac{4}{1} \Rightarrow AM = MK = 2,25$,
по св-ву дуги. 3-го. $\frac{AN}{NK} = \frac{4}{1}$

по обь. дущ. 34. $\frac{\Delta N}{N_k} = \frac{4}{r}$

б) Пот. косицусов.

$$24 = 54 - 50k^2$$

$$50y^2 = 30$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$y = -\frac{\sqrt{15}}{5} \rightarrow < 0 \Rightarrow \text{не удовл.}$$

$$\begin{cases} 36 = 81 + 25y^2 - 45y \cdot \cos \alpha \\ 4 = 9 + 25y^2 - 15y \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad | : 3$$

$$\begin{cases} 36 = 81 + 25y^2 - 45y \cdot \cos \alpha \\ 12 = 27 + 45y^2 - 45y \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

Orbit: $\frac{\sqrt{15}}{5}$