

Бланк олимпиадной работы

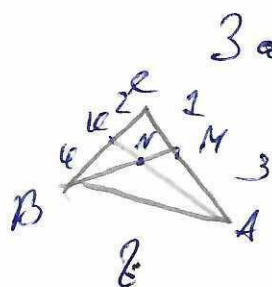
Класс 9 Вариант 21 Дата Олимпиады 12.02.2013

Площадка написания МГТУ им. Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	—	10	2	20	20	10					62	шестьдесят два	



Задача №2

Лист 1/

1) По св. д. сс.:

$$2) \frac{BN}{NM} = \frac{8}{3} \Rightarrow BN = 26, NM = 3$$

Аналогично: $BK = 4, KC = 2, \frac{AM}{MC} = \frac{3}{1} \Rightarrow$
 $AM = 3, CM = 1$

По т. Менелая:

$$\frac{AN}{NK} = \frac{8}{2} \leq \frac{9}{2} - \frac{AN}{NB} \leq MA \cdot \frac{AN}{NK} \cdot \frac{NB}{BC} = 1$$

3) Найдём д. сс. у АК. По т. косинусов:

По т. косинусов Пусть д. сс. - x $\alpha = \angle KAD; \angle KAC$

$$\begin{cases} 64 + x^2 - 2 \cdot 8x \cos \alpha = 16 \\ 16 + x^2 - 2x \cos \alpha = 4 \end{cases}$$

Отсюда $42 - 2x \cos \alpha = 12$

$x \cos \alpha = \frac{15}{8}$ подставляем

$x = 2\sqrt{6} \Rightarrow AN = \frac{9}{11} \cdot 2\sqrt{6} = \frac{18\sqrt{6}}{11}$ (+)

~~$x^2 = 24$~~ $x^2 = 24 \Rightarrow$

$x = -2\sqrt{6}$ - не подходит; $x > 0$

Бланк олимпиадной работы

Задача №5.

$$\cos \left[x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3 \right] \leq 0$$
 — Выр-е кос корня введя
 Зенит 2012 > ©

$$x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3 = 0$$

Пусть $x + \frac{1}{x} = a$, тогда

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(3x + 3 \frac{1}{x} \right) + a^3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a$$

Получим зр-е:

$$a^3 - 3a - a + 3 = 0$$

$$a^3 - 4a + 3 = 0$$

Заметим, что $a=1$, корень,
 тогда по формуле углов,
 получаем

$$a^3 - 4a + 3 = (a-1)(a^2+a-3) = 0$$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$a_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

Вывод: то то, то ~~то~~

из н-ва

о сумме

$$x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$x + \frac{1}{x} \leq -2$$

по условию

$$\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

Лист 2 из 5

$$\begin{cases} x + \frac{1}{x} = a \\ x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} = a^3 \\ x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 - 4}}{2} \\ x_2 &= \frac{-\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2 - 4}}{2} \end{aligned}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \quad / \cdot x \neq 0$$

$$x^2 + 1 = \frac{(-1 - \sqrt{13})x}{2}$$

$$x^2 + \frac{1 + \sqrt{13}}{2}x + 1 = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right)^2 - 4 = 1$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Задача 4.

$$\left(\frac{2023}{2022}\right)^{27+18+12+\dots+79\left(\frac{2}{3}\right)^n} > \left(\frac{2023}{2022}\right)^{72} \quad \text{лист 3/}$$

В силу того, что $0 < \frac{2023}{2022} < 1$ ($2023 > 2022$)

$$n - \text{то равносильно} \quad 27+18+12+9+\dots+22\left(\frac{2}{3}\right)^n > 72$$

Откуда, считая, получается, что

$$27+18+12+9+5\frac{1}{3}+\frac{32}{9} > 72,$$

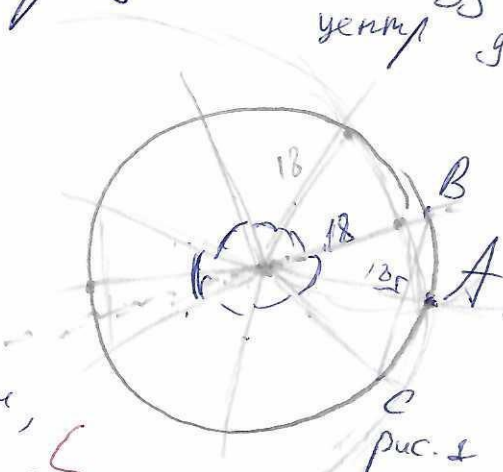
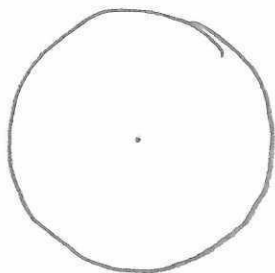
значит $n=5$ - решение, очевидно зафиксировано

Задача 6.

Для равномерного (оптимального) распределения площади коридора между разрядами должно быть одинаковое расстояние

$\Rightarrow$ все должны быть на одинак. расстоянии от центра. Изобразим рисунок.

Ввиду того, что площадь центра должна иметь на лицевой (7 м)



Ввиду того, что должна быть одинак. расстояние,

круг должен проходить через точку A (рис. 4), которая

находится в середине дуги BC

Бланк олимпиадной работы

Задача 6 (100)

Лист 4 /

Рассмотрим герметичный сосуд, в котором газы

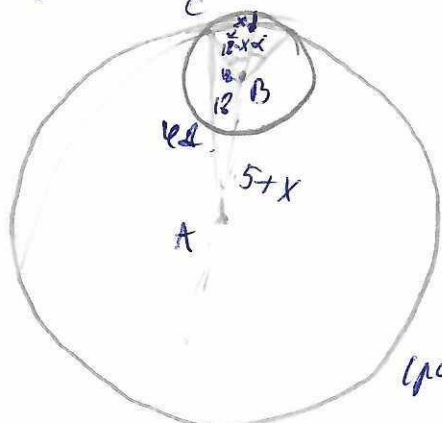


рис. 2)

~~Рассмотрим в варианте, где~~
~~отр. от~~ Как мале будет, будет меньше, а не наоборот

отрезке (рис. 2)

$$\alpha = \frac{360}{7} \approx 51,4$$

$$\frac{360}{7} \approx 51,4$$

Из т. косинусов для $\triangle ABC$ получим, выражая

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos 51,4$$

$$36(23+x) \cdot \cos 51,4$$

$$1681 = 324 + 23^2 + 46x + x^2 + 36(23+x) \cdot \cos 51,4$$

$$1681 = 324 + 529 + 46x + x^2 + (828 + 36x) \cdot \cos 51,4$$

$$1681 = 853 + 46x + x^2 + 548,2 + 23,4x$$

$$1681 = 1401,2 + 69,4x + x^2$$

$$x^2 + 69,4x - 279,8 = 0 \quad D > 0, 2 \text{ корня, один } > 0, \text{ второй } < 0$$

$$x_1 = \frac{-69,4 + \sqrt{(69,4)^2 + 4 \cdot 279,8}}{2} - \text{логично, грубо - отрицательный}$$

$$x_2 =$$

$$\frac{-69,4 + \sqrt{(69,4)^2 + 4 \cdot 279,8}}{2} + 5 + 18 - \text{ответ}$$

не даётся го, копейка!



$$(ab)c = a(bc)$$

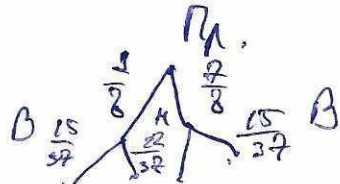
$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Задача 3.

Рассмотрим звезду со сторонами



Используя данные из задачи помим,
то $\text{прод} = 37$ (всего 180),
т.к. вершины, по усл - все

значит $\text{прод} \text{ д-вершин } 259$, из них $\text{вас} =$
 $259 \cdot \frac{15}{37} = 105$, значит в сумме $105 + 37 = 142$ дж.

Ответ: 142.

②

7