

Бланк олимпиадной работы
 Класс 8 (8) Вариант 21 Дата Олимпиады 12.02.2023
 Площадка написания МГТУ им. Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	2	15	20	15	7					64	шестьдесят четыре	<i>М</i>

$$\left(\frac{10001}{2023 \cdot 2023} - \frac{10001}{2022 \cdot 2022} \right) \cdot 2023 + \frac{1}{\sqrt{4088424}} =$$

$$= \left(\frac{1}{2023} - \frac{1}{2022} \right) \cdot 2023 + \frac{1}{\sqrt{2022^2}} =$$

$$= 1 - \frac{2023}{2022} + \frac{1}{2022} = 1 - \frac{2022}{2022} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} =$$

$$= 1 - 1 - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} = 0$$

$\sqrt{4088424} = 2022$
 $\sqrt{n^2} = |n|$

$\frac{10001}{2023 \cdot 2023} - \frac{10001}{2022 \cdot 2022} = \frac{2022 - 2023}{2022 \cdot 2023} = -\frac{1}{2022 \cdot 2023}$

$\frac{1}{\sqrt{4088424}} = \frac{1}{2022}$

Ответ: 0

N3

N - количество проб всего

Представим условие задачи пока робится таблица.

Для решения задачи нам

нужно сделать таблицу. Из условия мы знаем, что среди тяжелой нефти маловероятно не оказалось $\Rightarrow$ закрасим эту ячейку, так как в ней 0 проб. Далее: вспомним, что доля тяжелой нефти среди всех $\frac{1}{8} \Rightarrow$ мы можем взять кол-во тяжелой нефти за $x \Rightarrow N = 8x$

всего	тяжелая	легкая	всего	тяжелая	легкая
176	176		176		
120	37	83	120	37	83

Бланк олимпиадной работы

Далее вспомним, что ~~он~~ доля легких малосернистых проб нефти среди всех проб $\frac{22}{37} \Rightarrow$ мы можем представить количество легких малосернистых проб нефти, как $22y \Rightarrow N = 37y$

~~Заметим, что 1 и 8 ~~не~~ взаимно просты, где мы рассуждали~~

Заметим, что т.к. x - целое число (нечисло количество проб мы взять не можем $\Rightarrow 8x$ - тоже целое $\Rightarrow$

$$N : 8$$

Заметим, что 22 и 37 взаимно просты $\Rightarrow$ если $22y$ - целое число и $37y$ - тоже целое $\Rightarrow$ (количество проб легких малосернистых) (количество всех проб)

$\Rightarrow y$ - целое число

$$N : 37$$

если $N : 8$ и $N : 37$, то так как 37 и 8 взаимно просты, то $N : (8 \cdot 37)$ $8 \cdot 37 = 296 \Rightarrow N : 296$
 но уже было $N < 300 \Rightarrow N = 296$

количество тяжелых проб = $\frac{296}{8} \cdot \frac{8x}{8} = \frac{296}{8} = 37$

Заметим, что тяжелые пробы есть только высокосернистых, запишем результат в таблицу

количество легких малосернистых = $\frac{37y}{37} \cdot 22 = \frac{296}{37} \cdot 22 = 8 \cdot 22 = 176$

Заметим, что малосернистая было 176 $\Rightarrow$ высокосернистых проб = $296 - 176 = 120$

Ответ: 120

Бланк олимпиадной работы

$$\left(\frac{2023}{2022}\right)^{27+18+\dots+27\left(\frac{2}{3}\right)^n} \sqrt[4]{} > \left(\frac{2023}{2022}\right)^{72}$$

Заметим, что $\frac{2023}{2022} > 1 \Rightarrow$ число при возведении в степень будет увеличиваться $\Rightarrow$ тем больше степень, тем больше число $\Rightarrow$ сумма $27+18+\dots+27\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n$ должна быть > 72

Нам дана в условии первое 4 числа в этой последовательности, их сумма равна:

$$27 + 18 + 12 + 8 = 65$$

нужно ~~уже~~ взять еще число из этой последовательности $65 < 72$ значит нам

$$27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 + 27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 + 27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 65$$

разберем для $n=4$:

$$27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{27 \cdot 2^4}{3^4} = \frac{3^3 \cdot 2^4}{3^4} = \frac{2^4}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

$$\text{сумма} = 65 + 5\frac{1}{3} = 70\frac{1}{3} \quad \text{но } 70\frac{1}{3} < 72$$

берем $n=5$:

$$27 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{27 \cdot 2^5}{3^5} = \frac{3^3 \cdot 2^5}{3^5} = \frac{2^5}{3^2} = \frac{32}{9} = 3\frac{5}{9}$$

$$\text{сумма} = 70\frac{1}{3} + 3\frac{5}{9} = 73\frac{8}{9} \quad 73\frac{8}{9} > 72$$

Значит $\min n$, которое нам подходит — это 5

Ответ: 5 + 20

Бланк олимпиадной работы

$$\sqrt[2022]{x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3} \leq 0$$

Заметим, что нас интересует корень 2022 степени $\Rightarrow$
 если мы перемножим какое-то число a (которое
 равно $\sqrt[2022]{x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3}$) 2022 раз на само себя
 мы получим $x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3$, заметим, что
 независимо от того какое число a (положительное/
 отрицательное/0), $x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3 \geq 0$
 (т.е. если взять - какое кол-во раз, то всё у нас будет
~~равно~~ чтобы узнать при каких значениях
 x условие выполняется, рассмотрим при каких
 значениях x выражение будет равно 0
 Для этого нам нужно разбить ~~это~~ на множители
 на

$$x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3 = 0$$

перед тем, как провести замену, заметим, что

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x - 3\frac{1}{x} = x^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x^2} + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1^3}{x^3} - 3x - 3\frac{1}{x}$$

сделаем замену $x + \frac{1}{x} = t$

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = t^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - t + 3 = t^3 - 3t - t + 3 = t^3 - 4t + 3$$

Заметим, что если мы поставим ~~считаем~~, то выражение
 обратится в 0, ~~тогда по теореме Безу~~
 $1 - 4t + 3 = 0$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Воспользуемся теоремой Безу, так как

1 - корень $\Rightarrow$ ~~$t^3 - 4t + 3 : (t-1)$~~
 $t^3 - 4t + 3 : (t-1)$

$$\begin{array}{r} \cancel{t^3 - 3t^2} \\ t^3 - 4t + 3 \\ - t^3 - t^2 \\ \hline t^2 - 4t + 3 \\ - t^2 - t \\ \hline -3t + 3 \\ - -3t + 3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} t-1 \\ t^2 + t - 3 \end{array} \right.$$

$$t^3 - 4t + 3 = (t^2 + t - 3)(t-1) = 0$$

Разберём способ ~~разно~~ найти все корни мы должны разложить на множители $t^2 + t - 3$ ($t-1$ мы больше разложить не можем, т.к. это многочлен первой степени)

$$t^2 + t - 3 = 0 \quad D = \cancel{16} b^2 - 4ac = 1 + 4 \cdot 3 = 13 = \sqrt{13}^2$$

$$t_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \quad t_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$t^3 - 4t + 3 = (t-1) \left(t + \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right) \left(t - \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \right)$$

~~Значит~~ и заключаем, что мы разделили этот многочлен на множители первой степени $\Rightarrow$ он больше не раскладывается, Значит корни этого многочлена

Выполним, что мы проводим замену и $t = x + \frac{1}{x}$ +
 Выполним фронт, что $|b + \frac{1}{b}| \geq 2$ при $b > 0$ и $|b + \frac{1}{b}| \leq -2$ при $b < 0$

Доказывается это через неравенство Коши

$$\frac{b + \frac{1}{b}}{2} \geq 1 \text{ так как } \frac{b + \frac{1}{b}}{2} \geq \sqrt{b \cdot \frac{1}{b}} = \sqrt{1} = 1 \quad \text{при } b > 0$$

Аналогично для отриц. чисел это неравенство преобразуется как указано, что $t = 1 = x + \frac{1}{x}$

но $-2 < t < 2 \Rightarrow$ ~~то~~ x подходит под это условие ~~нет~~

$$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{13} < 4 \Rightarrow 1 < \frac{\sqrt{13}}{2} < 2$$

Значит $\frac{\sqrt{13} - 1}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5 \quad 0,5 < \frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5 < 1,5$



$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$



Бланк олимпиадной работы

Значит $-2 < \frac{\sqrt{13}}{2} - 0,5 < 2$

Значит, если $t = \frac{\sqrt{13}-1}{2} = x + \frac{1}{x}$ то нет x , при котором это условие выполняется

Рассмотрим возможные корни ~~уравнения~~

$-\frac{1+\sqrt{13}}{2}$

как мы говорили ранее $3 < \sqrt{13} < 4 \Rightarrow 4 < 1+\sqrt{13} < 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 < \frac{1+\sqrt{13}}{2} < 2,5 \Rightarrow -\frac{1+\sqrt{13}}{2} < -2$

это корень как порядок +

$-\frac{1+\sqrt{13}}{2} = x + \frac{1}{x} = \frac{x^2+1}{x} \quad || \cdot x (x \neq 0 \text{ т.ч. } \frac{1}{x})$

$-\frac{x + x\sqrt{13}}{2} = x^2 + 1 \quad || \cdot 2$

$2x^2 + 2 = -x(\sqrt{13} + 1) +$

$D = (\sqrt{13}+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 13 + 2\sqrt{13} + 1 - 16 = 2\sqrt{13} - 2 = 2(\sqrt{13}-1)$

$x_1 = \frac{\sqrt{13}+1 - \sqrt{2(\sqrt{13}-1)}}{4}$

заметьте, что $\sqrt{2(\sqrt{13}-1)} < \sqrt{13+2\sqrt{13}+1}$

$x_1 > 0$ но $x_1 + \frac{1}{x_1} = -\frac{(1+\sqrt{13})}{2} < -2 \Rightarrow x_1 < 0$
противоречие

$x_2 = \frac{\sqrt{13}+1 + \sqrt{2(\sqrt{13}-1)}}{4} > 0$ но $x_2 + \frac{1}{x_2} = -\frac{(1+\sqrt{13})}{2} < -2 \Rightarrow x_2 < 0$
противоречие

как мы могли заметить мы не нашли ни одного x при котором $x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 3 = 0 \Rightarrow$ результата ~~уравнения~~ $x^3 - x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + 3 = -5,335$ всегда одного знака. Представим 1, $1 - 1 - 1 - 1 + 3 > 0$ значит всегда один ~~знак~~ $\Rightarrow$ всегда можно взять корень. Далее вопрос понимания ~~уравнения~~ $\Rightarrow$ или при групп. корень не имеет. Ответ $\emptyset$ только ≥ 0 а по условию ≤ 0 (а во второй части кет. тогда или не подходит или отрицательное число то для любого x)

Бланк олимпиадной работы

$\sqrt{2}$

по неравенству $|AK| + |KN| < |AN| < |AK| + |KN| + |NC|$
 $2 < |AK| < 6$
 $4 < |AK| < 12$
 $4 < |AK| < 6$

по св-ву биссектрисы $\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{|AM|}{|MC|}$
 $\frac{2}{3} = \frac{|AM|}{1} \Rightarrow |AM| = \frac{2}{3}$
 $|AM| = 3x$
 $|MC| = x$
 $|AM| + |MC| = 4$
 $3x + x = 4 \Rightarrow x = 1$
 $|AM| = 3$
 $|MC| = 1$

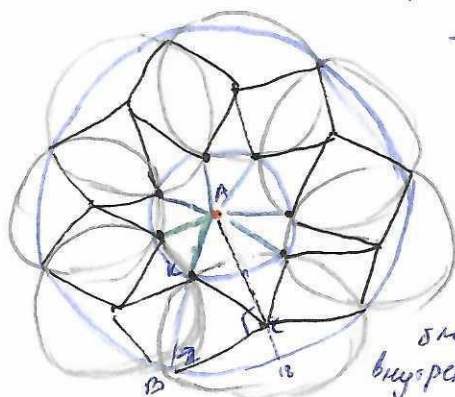
по св-ву биссектрисы $\frac{|KN|}{|NA|} = \frac{|KB|}{|BA|}$
 $\frac{|KN|}{|NA|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 $|KN| = 4y$
 $|KB| = 8y$
 $|KN| + |NB| = 6$
 $4y + 8y = 6 \Rightarrow 12y = 6 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$
 $3y = \frac{3}{2}$
 $3y = \frac{3}{2}$

$\Delta AN \sim \Delta ABM$ $\Delta AN \sim \Delta AN$ — $\delta_{AC} \Rightarrow$
 $\frac{AN}{MN} = \frac{AB}{BN}$
 $\frac{AN}{MN} = \frac{6}{3} = 2$
 $AN = 2MN$
 $AN = 3$
 $MN = \frac{3}{2}$
 $BN = 3$

$0 < 11y < 146$
 $5 < 11y < 11$
 $5211y < 7$

Ответ: 4,5

Кстати так как радиусы 7 радиусов
 одинаковые, то 7 касаются 7 радиусов



максимальная упреждающая радиусов от
 центра платформы будет тогда, когда общая хорда
 между двумя радиусами = 12 (если меньше, то можно
 еще увеличить, если больше, то не будет касания
 шириной 18)

Заметим, что все 7 точек (в которых пересекаются
 радиусы) будут на одной окружности, $\angle ACB = 90^\circ$
 (внутренний угол вписанной окружности). Значит от этих точек до
 центра одинаковое расстояние (радиус вписанной окружности). Угол

полюсные деловые центры (центр (ш); в точке пересечения, центр радиуса)
 Рассмотрим ΔABC ($AB = AK + KB = 2|KB| = 2 \cdot 12 = 24$; $BC = 41$ (радиус радиуса);
 AC — нас интересует) $\angle ACB = 90^\circ$

$|AC| = \sqrt{41^2 + 36^2} = \sqrt{3247}$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \cdot 41 \\ \hline 41 \\ 164 \\ \hline 1681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \cdot 36 \\ \hline 36 \\ 486 \\ \hline 108 \\ 1566 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1681 \\ + 1566 \\ \hline 3247 \end{array}$$