

Бланк олимпиадной работы

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 12.02

Площадка написания ТПУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	15	0	20	—	—	—	—	—	45	сорок пять	Мартин

N 3

$$\begin{cases} x^2 + 25y + 19z = -471 \\ y^2 + 23x + 21z = -397 \\ z^2 + 21x + 21y = -545 \end{cases}$$

$$x^2 + 44x + y^2 + 46y + z^2 + 40z = -1413$$

$$(x^2 + 44x + 484) + (y^2 + 46y + 529) + (z^2 + 40z + 400) = 0$$

$$(x + 22)^2 + (y + 23)^2 + (z + 20)^2 = 0$$

Сумма квадратов равна нулю, следовательно сами квадраты равны нулю

$$\begin{cases} x + 22 = 0 \\ y + 23 = 0 \\ z + 20 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -22 \\ y = -23 \\ z = -20 \end{cases}$$

Ответ $(-22; -23; -20)$

15

Бланк олимпиадной работы

$$\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 5 \quad / \wedge^2$$

$$\left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right)^2 = 25$$

$$\frac{a^2}{4} - 2 + \frac{4}{a^2} = 25$$

$$\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2} = 27$$

$$\left(\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2}\right)^2 = 27^2$$

$$\frac{a^4}{16} + 2 + \frac{16}{a^4} = 27^2$$

$$\frac{a^4}{16} + \frac{16}{a^4} = 727$$

N1

$$\frac{a^{12} + 4096}{64a^6} = \frac{a^{12}}{64a^6} + \frac{4096}{64a^6} =$$

$$= \frac{a^6}{2^6} + \frac{2^6}{a^6} = \left(\frac{a^2}{4}\right)^3 + \left(\frac{4}{a^2}\right)^3 =$$

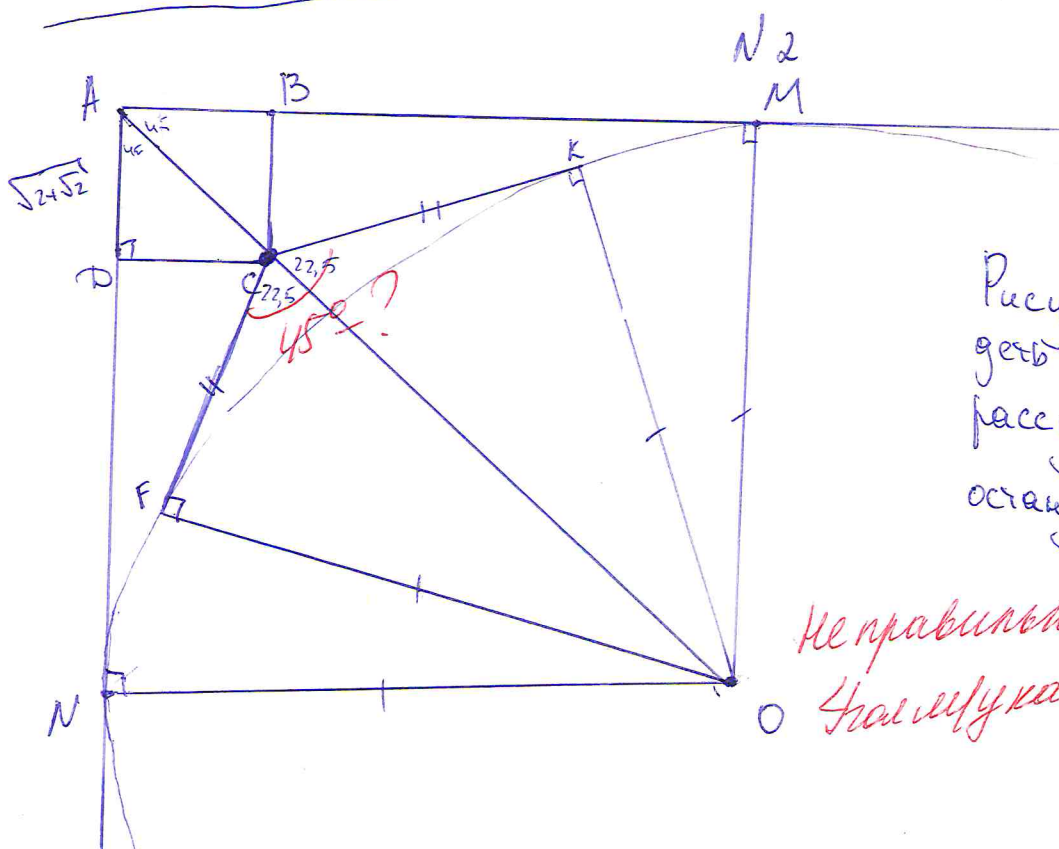
$$= \left(\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2}\right) \left(\frac{a^4}{16} - \frac{4}{a^2} + \frac{16}{a^4}\right) =$$

$$= 27 (727 - 1) = 27 \cdot 726 =$$

$$= 19602$$

5

Ответ: 19602



Дано:
 $ABCD - \square$
 $AB = 24\sqrt{2}$

Рисунок может выглядеть по-другому, но рассуждения и ответ останутся аналогичными

Неправильный рисунок!
 Числукает. 45° !

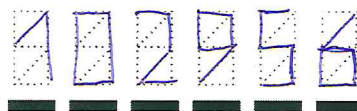


$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

$$\angle NAO = \angle MAO = 45^\circ \Rightarrow$$

AC - бис. угла NAM

O - центр окр-ти; (·) O лежит на биссектрисе AC, т.к. точки N и M равноудалены от точки O

~~NO~~ $NO \perp AN$ т.к. радиус перпен. касательной к окр-ти

~~MO~~ $MO \perp AM$ т.к. радиус перпен. кас. к окр-ти

$$\angle NOA = \angle AOM = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$\triangle ANO \sim \triangle AMO$ - по 1-му

$$AN = NO = R$$

$$AM = OM = R$$

$$\angle FCK = 45^\circ$$

$$\angle FCO = \angle OCK = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ \text{ (CO - бис.)}$$

$OF \perp CF$ (радиус перпен. кас. к окр-ти)

$OK \perp CK$ (радиус перпен. кас. к окр-ти)

$$\sin \angle FCO = \sin 22,5^\circ = \frac{OF}{CO} \Rightarrow \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} = \frac{R}{CO}; 2R = \sqrt{2-\sqrt{2}} \cdot CO;$$

$\angle NAO$ - бис.

$$\angle ADC = \angle ANO = 90^\circ$$

$\triangle ADC \sim \triangle ANO$ (по 2-м углам)

из подобия:

$$\frac{AO}{AC} = \frac{AN}{AD}$$

$$\frac{AC + CO}{AC} = \frac{R}{AD}$$

Бланк олимпиадной работы

$$1 + \frac{CO}{AC} = \frac{R}{AD}$$

$$AC = \sqrt{2} AD$$

~~$$1 + \frac{CO}{\sqrt{2} \cdot AD} = \frac{R}{AD}$$~~

$$1 + \frac{CO}{\sqrt{2} \cdot AD} = \frac{R}{AD}$$

$$1 = \frac{R}{AD} - \frac{CO}{\sqrt{2} \cdot AD}$$

$$1 = \frac{\sqrt{2} R - CO}{\sqrt{2} AD}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} R - \frac{2R}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2\sqrt{2} + 2} = R \left(\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{2}} \right)$$

$$R = \frac{\sqrt{2\sqrt{2} + 2}}{\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}}$$

$$R = \frac{\sqrt{2\sqrt{2} + 2} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2} (\sqrt{2} - \sqrt{2}) / -2} \quad \text{①}$$

$$\text{②} \quad \frac{\sqrt{4\sqrt{2} - 4 + 4 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{2\sqrt{2} - 2} - 2} = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}}}{\sqrt{2\sqrt{2} - 2} - 2}$$

получили отрицательный
радиус из-за некорр. рисунка

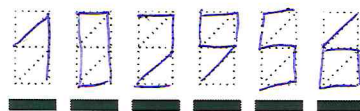


$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

№

$$k \in [6; 11]$$

$$(k^2 - 2k - 15)x^2 + (3k - 7)x + 2 = 0$$

Рассмотрим квадратное уравнение относительно x

$$D = (3k - 7)^2 - 8(k^2 - 2k - 15) = 9k^2 - 42k + 49 - 8k^2 + 16k + 120 = k^2 - 26k + 169 = (k - 13)^2$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-3k + 7 + |k - 13|}{2(k^2 - 2k - 15)} \\ x_2 &= \frac{-3k + 7 - |k - 13|}{2(k^2 - 2k - 15)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-3k + 7 + |k - 13|}{2(k^2 - 2k - 15)} \\ x_2 &= \frac{-3k + 7 - |k - 13|}{2(k^2 - 2k - 15)} \end{aligned}$$

$$\text{т.к. } k \in [6; 11]$$

$$|k - 13| = 13 - k$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-3k + 7 + 13 - k}{2(k^2 - 2k - 15)} \\ x_2 &= \frac{-3k + 7 - 13 + k}{2(k^2 - 2k - 15)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-4k + 20}{2(k^2 - 2k - 15)} = \frac{-2k + 10}{k^2 - 2k - 15} \\ x_2 &= \frac{-2k - 6}{2(k^2 - 2k - 15)} = \frac{-k - 3}{k^2 - 2k - 15} \end{aligned}$$

$$x_1 \leq 2x_2$$

т.к. x_1 и x_2 симметричны рассмотрим два кер-ва



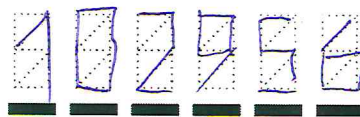
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



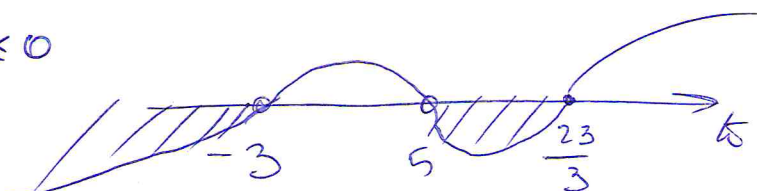
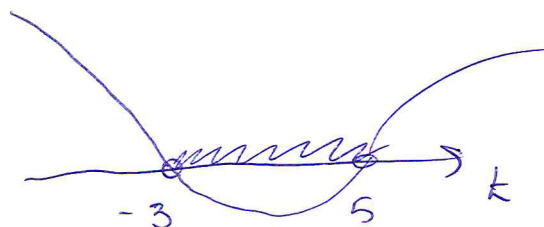
Бланк олимпиадной работы

$$\left[\begin{array}{l} 2. \left(\frac{-k-3}{k^2-2k-15} \right) \geq \frac{-2k+10}{k^2-2k-15} \\ 2. \left(\frac{-2k+10}{k^2-2k-15} \right) \geq \frac{-k-3}{k^2-2k-15} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{-2k-6}{k^2-2k-15} + \frac{2k-10}{k^2-2k-15} \geq 0 \\ \frac{-4k+20}{k^2-2k-15} + \frac{k+3}{k^2-2k-15} \geq 0 \end{array} \right.$$

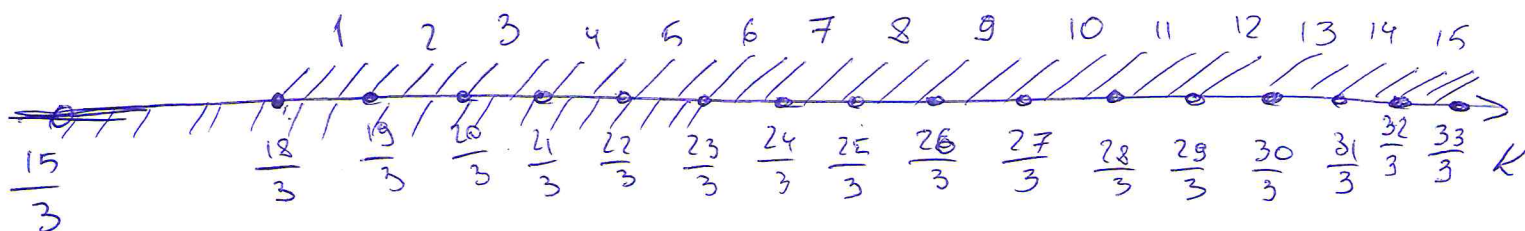
$$\left[\begin{array}{l} \frac{-16}{k^2-2k-15} \geq 0 \quad / : -16 \\ \frac{-3k+23}{k^2-2k-15} \geq 0 \quad / : -3k \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{(k+3)(k-5)} \leq 0 \\ \frac{k - \frac{23}{3}}{(k+3)(k-5)} \leq 0 \end{array} \right.$$



Бланк олимпиадной работы

$$\begin{cases}
 k \in (-3; 5) \\
 k \in (-\infty; -3) \cup (5; \frac{23}{3}] \\
 k \in (-\infty; -3) \cup (-3; 5) \cup (5; \frac{23}{3}]
 \end{cases}$$



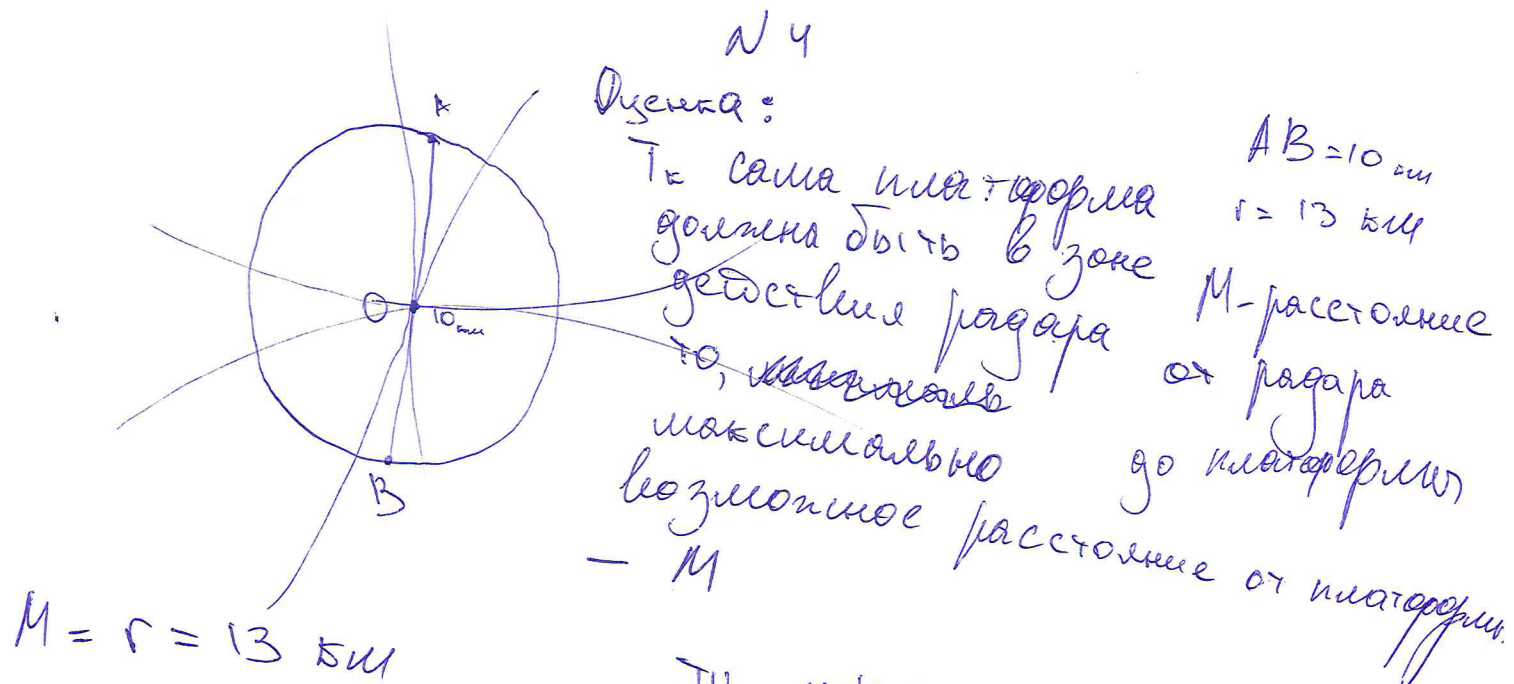
Разобьем числовую прямую на отрезки длиной $\frac{1}{3}$. Заметим, что $k \in [6; 11]$ попадает в 15 таких отрезков. А промежуток удовлетворяющий условию $x_1 \leq 2x_2$ попадает в 5 таких отрезков. Тогда вероятность будет равна:

$$p = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

20

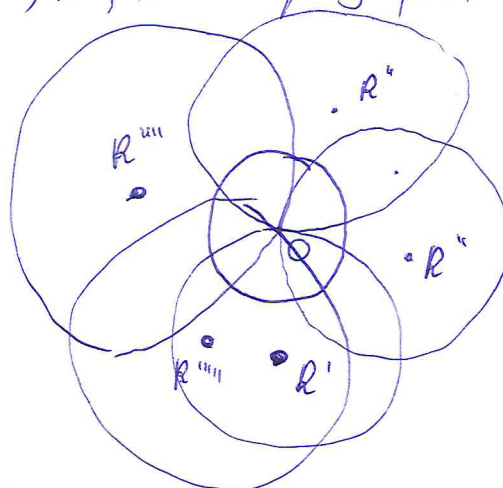
Ответ: $\frac{1}{3}$

Бланк олимпиадной работы



Пример:

R', R'', R''', R'''' — радары



Заметим, что зона действия радаров полностью покрывает базу платформы.

$$R = \frac{AB}{2} = 5$$

$$S = \pi R^2 = 5^2 \pi = 25\pi$$

Ответ 13 км; 25π