

Бланк олимпиадной работы

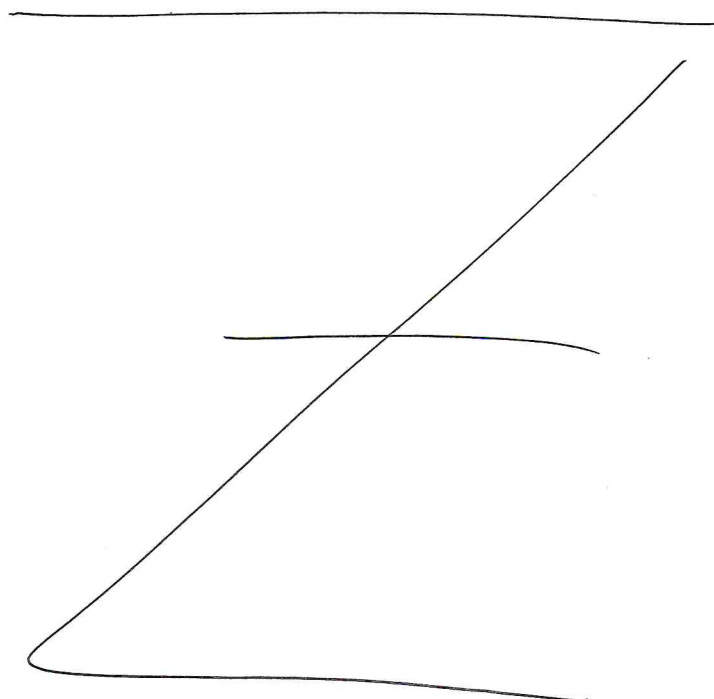
Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 12.02.23

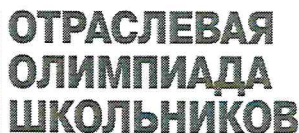
Площадка написания ППУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	3	2	15	18	17	—	—	—	—	—	55	пятьдесят пять	Шаронова



C
$$\frac{a^{12} + 729^2}{729a^6} = ? \quad , \text{ cum } \frac{9}{3} - \frac{3}{2} = 4$$

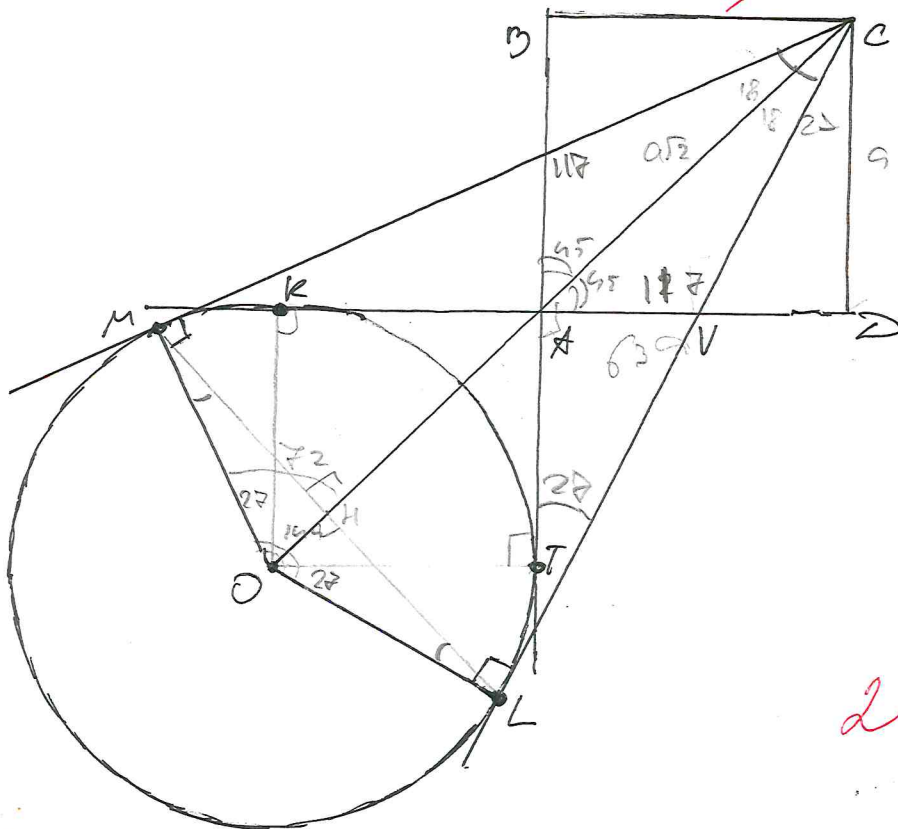
$$z = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{5}, \text{ тогда } z^6 + \frac{1}{z^6} \text{ при } z = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{5} \text{ равно } z^{-\frac{1}{2}} = 4$$

$$z - \frac{1}{z} = 4 \Rightarrow z^2 + \frac{1}{z^2} = 18$$

$$z^6 + 3z^2 + \frac{3}{z^2} + \frac{1}{z^6} = 18^3$$

$$t^6 + \frac{1}{t^6} = 6^3 - 3\left(t^2 + \frac{1}{t^2}\right) = 6^3 - 3 \cdot 6 = 6(36 - 3) = 198$$

2





$$(a \cdot b) \cdot c = a(b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

105435

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

$$\sqrt{3} \quad \begin{cases} x^2 - 23y - 25z = -681 \\ y^2 - 21x - 21z = -415 \\ z^2 - 19x - 24y = -313 \end{cases} \quad \text{Сложим ур-е системы:}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 44y - 40x - 46z = -1413$$

$$(x-20)^2 + (y-22)^2 + (z-23)^2 - 20^2 - 22^2 - 23^2 = -1413$$

$$(x-20)^2 + (y-22)^2 + (z-23)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=22 \\ z=23 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x=20 \\ y=22 \\ z=23 \end{cases}$$

15

$$\sqrt{5} \quad \text{Решим ур-е } (k^2 - 2k - 24)x^2 + (3k - 8)x + 2 = 0 \text{ при } k \in (6; 11]:$$

$$(k^2 - 2k - 24)x^2 + (3k - 8)x + 2 = 0$$

$$(k-6)(k+4)x^2 + (3k-8)x + 2 = 0$$

$$D = 9k^2 - 48k + 64 - 8k^2 + 16k + 192 = k^2 - 32k + 256 = (k-16)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-3k+8 \pm |k-16|}{2(k-6)(k+4)}$$

при $k \in (6; 11]$ $2(k-6)(k+4)$ принимает полож. значение, тогда наибольшим из корней $x_2 = \frac{-3k+8+|k-16|}{2(k-6)(k+4)}$, а меньшим $x_1 = \frac{-3k+8-|k-16|}{2(k-6)(k+4)}$;

$$k-16 < 0 \text{ при } k \in (6; 11], \text{ тогда: } x_2 = \frac{-4k+24}{2(k-6)(k+4)}, x_1 = \frac{-2k+8}{2(k-6)(k+4)}$$

$$\text{? при } k=6: (6-6)(6+4)x^2 + (3 \cdot 6 - 8)x + 2 = 0$$

$x = -0.2$ - ед. корень, что не удовлетворяет условию.

$$\text{Решим неравн } x_1 \leq 2x_2: \frac{-2k-8}{2(k+6)(k+4)} \leq \frac{-8k+48}{2(k-6)(k+4)} \quad (k-6)(k+4) > 0 \text{ при } 6 < k \leq 11$$

$$\Leftrightarrow -2k-8 \leq -8k+48$$

$$6k \leq 56$$

$$k \leq \frac{28}{3} \approx 9.33$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

105435

1122334455667788

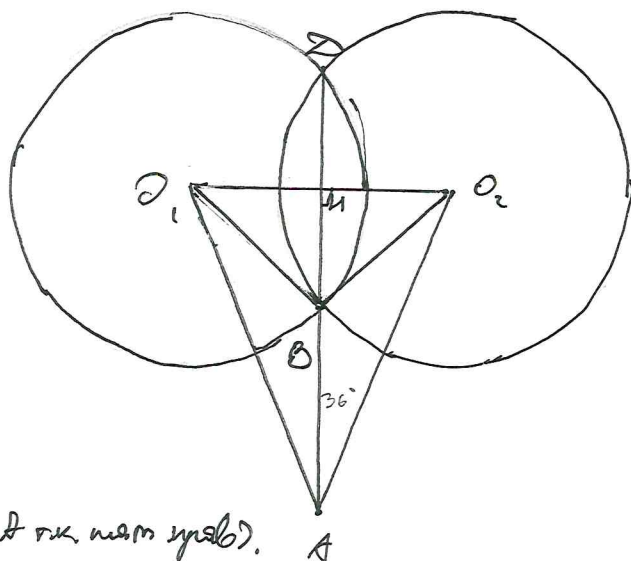
Бланк олимпиадной работы

Поняв, чтобы найти вероятность того, что случайное в урне и вынутое из нее шарик окажется белым, необходимо найти отношение ~~применения~~ ~~знания~~ длин промежутков, удовлетворяющих условию ко всему рассматриваемому промежутку, т.е.: $P = \frac{28-6}{11-6} = \frac{22}{5} = \frac{2}{3}$

Ответ: $\frac{2}{3}$

4 Мы хотим получить кольцо максимальной ширины, расположив радары в вершинах правильного пятиугольника, с платформой в его центре. Поскольку ширина кольца определяется максимальной длиной хорды окружностей вокруг радаров радиуса 25 км, то, если соединить одну из вершин с соседней, то с другой соседней общая хорда уменьшится, а-но радары находимся в вершинах пятиугольника. Рассмотрим 2 соседних радаров и платформу:

Пусть A - платформа, O_1 и O_2 - радары.
~~радары находятся на расстоянии 25 км~~
 BD - общая хорда. При удалении т.к. O_1 и O_2 от A хорда BD уменьшается сл-но при максимальном удалении $BD = 5$ км из условия $O_1B = O_2B = R = 25$ км



Поскольку радары образуют ^{правильный} пятиугольник, то угол $\angle O_1AO_2 = \frac{360}{5} = 72^\circ$; $\triangle O_1AO_2$ - равноб. ($O_1A = O_2A$ т.к. центр угла).

Так $BD \perp O_1O_2$; $BD \perp O_1O_2 \Rightarrow AH$ - высота и биссектриса $\angle O_1AO_2 \Rightarrow \angle HAO_2 = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$

И-скр BD а-но $BH = 5$ км; в $\triangle HAO_2$: $HO_2 = \sqrt{BO_2^2 - BH^2} = \sqrt{25^2 - 5^2} = \sqrt{32 \cdot 18} = \sqrt{9 \cdot 64} = 3 \cdot 8 = 24$ км

Потому в $\triangle HAO_2$: $AH = \frac{HO_2}{\tan 36^\circ} = \frac{24}{\tan 36^\circ}$; Площадь искомого кольца - это площадь разности площадей радиуса $AD = AH + 5$ и $AB = AH - 5$, т.е.

$$S_k = \pi ((AH+5)^2 - (AH-5)^2) = \pi (AH+5+AH-5)(AH+5+AH-5) = 14\pi \cdot 2AH = 34\pi \cdot \frac{24}{\tan 36^\circ}$$

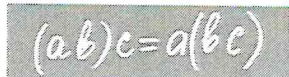
Лист 4 из 5



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

105435



$E = mc^2$



1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

$$\operatorname{tg} 36^\circ = \frac{2 \operatorname{tg} 18^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 18^\circ} \quad ; \quad \sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad ; \quad \cos 18^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 18^\circ} = \sqrt{1 - \frac{6-2\sqrt{5}}{16}} = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{16}}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} 18^\circ = \frac{\sin 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$$

$$\operatorname{tg} 36^\circ = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}}{1 - \frac{6-2\sqrt{5}}{10-2\sqrt{5}}} = \frac{2\sqrt{5}-2}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}} \cdot \frac{10-2\sqrt{5}}{4} = \frac{(\sqrt{5}-1)(5-\sqrt{5})}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$$

$$S_n = \frac{896\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)^2}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}} = \frac{896\sqrt{5}(6-2\sqrt{5})\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{10-2\sqrt{5}} = \frac{448\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)} =$$

Ответ: ~~896\sqrt{5}~~
 $448(\sqrt{5}-1)\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

$$= 448(\sqrt{5}-1)\sqrt{10-2\sqrt{5}}$$

~~5448\sqrt{5}~~