

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 31 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания ООО "Газпром добыча нефти Южно-Самарская"

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	14	0	18	0	-	-	-	-	47	сорок семь	Март 2020

Задание №1.

$$\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2} = 4 \quad \text{Пусть } x = \frac{a^2}{3}, \text{ тогда уравнение примет вид: } x - \frac{1}{x} = 4$$

$x - \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow x^2 - 4x - 7 = 0 \Rightarrow (x = 2 + \sqrt{5}) \vee (x = 2 - \sqrt{5})$; $\frac{\alpha^2}{3}$ — не отрицательное, следовательно,
 $x = 2 + \sqrt{5}$

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = \frac{a^6}{27} - \frac{729}{a^6} = \left(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2}\right)\left(\frac{a^4}{9} + 1 + \frac{9}{a^4}\right); \frac{a^2}{3} = u; \frac{a^4}{9} = u^2, \text{ menggunakan rumus}$$

$$(x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1) = 4(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1)$$

$$x - \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \frac{1}{x} = x - 4 \quad \left| \frac{1}{x} \right|^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$4(n^2 + \frac{1}{n^2} + 1) = 4(n^2 + n^2 - 8n + 16 + 1) = 8n^2 - 32n + 68 = 4(2n - 4)^2 + 4 = 4(2 + \sqrt{5})^2 + 4 = 4(8 + 8\sqrt{5} + 10 - 16 - 8\sqrt{5} + 17) =$$

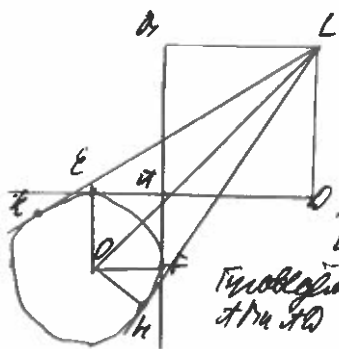
$$= 4(2 + 17) = 4 \cdot 19 = 76$$

+

55.

Problem: 76

Задача 2.



Возм. $\times$ ВИД - *Agropyron*; *var. 0*; $HL = 6-25 \mu$; $\angle klt = 46^\circ$

ЕК4СН-кавалерские

Кстати: АВ-?

Тем же:

Prologia nagruca of 40 F Shoran Kacoran Kuyurocuna u yuraron
Ahu 40

Бланк олимпиадной работы

~~на рисунке~~ AO и BO - касательные к окружности, тогда $OE \perp AB$, $OF \perp AB$
 По свойству касательных $AE = BF = 6 - 2\sqrt{5}$, $AE \perp AF$, следовательно, $OFAE$ - квадрат

$$AE = OF = OE = AF = 6 - 2\sqrt{5}$$

Проведем радиусы к точкам касаниям (касательным, проведенным из точки C).

$$OK = OL = OF = 6 - 2\sqrt{5} \text{ (как радиусы одной окружности)}$$

$$OK \perp CK$$

Проведем CO в центр окружности, по свойству касательных, проведенных из одной точки CO - биссектриса $\angle KCL$ $\angle OKL = \angle LCE = 18^\circ$

$$\text{В прямоугольном } \triangle OKL \quad CO = \frac{OK}{\sin 18^\circ} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{\sin 18^\circ} = \frac{24 - 2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$$

$$LO = CL + AO \quad AO = \sqrt{OF^2 + AF^2} = \sqrt{2 \cdot OF^2} = OF\sqrt{2} = (6 - 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{10}$$

$$CL = CO - AO = \frac{24 - 2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} - 2\sqrt{2}(3 - \sqrt{5}) = \frac{2(3 - \sqrt{5}) - 2\sqrt{2}(3 - \sqrt{5})(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} = \frac{2(3 - \sqrt{5})(4 - \sqrt{10} + \sqrt{2})}{\sqrt{5} - 1}$$

$$\text{В прямоугольном } \triangle KLC \quad KC = \sqrt{CK^2 + CL^2} = \sqrt{2 \cdot CL^2} = CL\sqrt{2} \quad KC = \frac{CL}{\sqrt{2}}$$

$$KC = \frac{2(3 - \sqrt{5})(4 - \sqrt{10} + \sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)} = \frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{5})(4 - \sqrt{10} + \sqrt{2})}{\sqrt{5} - 1}$$

$$\text{Итого: } KC = \frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{5})(4 - \sqrt{10} + \sqrt{2})}{\sqrt{5} - 1} \quad \text{с.ч.}$$

Задача 13.

$$4x - x^2 + \sqrt{(3 - x^2)(-7 + 8x - x^2)} = 7$$

$$(9 - x^2)(-7 + 8x - x^2) \geq 0 \Rightarrow (x^2 - 9)(x^2 - 8x + 7) \geq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 3)(x - 1)(x - 7) \geq 0 \Rightarrow x \leq -3 \vee 1 \leq x \leq 3 \vee x \geq 7$$

$$4x - x^2 + \sqrt{(9 - x^2)(-7 + 8x - x^2)} = 7 \Rightarrow \sqrt{(x^2 - 9)(x^2 - 8x + 7)} = 7 - x^2 + 4x \Rightarrow x^4 - 8x^3 + 4x^2 - 9x^2 + 72x - 63 = 7 - x^2 + 4x \Rightarrow 32x^2 - 128x + 112 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 56}}{4} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{8}}{4} \Rightarrow x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \vee x = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{не выполнена проверка}$$

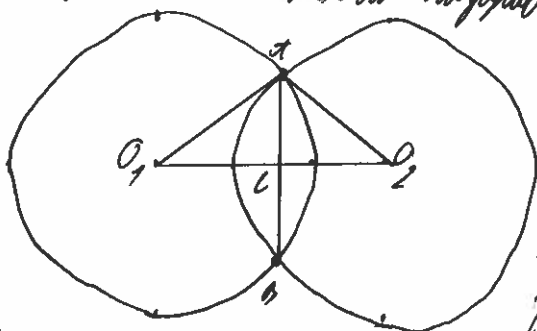
$$\text{Ответ: } \left\{ 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}, 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

148.

Бланк олимпиадной работы

Задача №4

Тугой ишиной колыца считается её ширина в самой узкой части, то есть в точке пересечения окружностей попарный парочков



Осно: O_1 окружностей с центрами в точках O_1 и O_2
 A и B - точки пересечения окружностей
 $O_1A = O_1B = r$ $O_2A = O_2B = r$

Найти: O_1O_2

Решение

Проведём $O_1C \perp AB$, CB и O_1C - радиусы окружностей, проводим радиус O_2C , тогда $AC = BC = \frac{1}{2}AB = r$

Решение

Проведём O_2C , O_2C - радиус окружностей, проводим радиус O_1C , тогда $O_2C \perp AB$

В $\triangle O_1AC$ и $\triangle O_2AC$ $O_1A = O_2A = r$, $AC = AC$, $\angle O_1CA = \angle O_2CA = 90^\circ$ - случай, следовательно, $O_1C = O_2C = \frac{1}{2}O_1O_2$

$O_1O_2 = 2O_1C = 30$ (км)

Для заданной колыца парочка длины линий по окружностям равной $O_1O_2 = 30$ км, и радиусом колыца $\frac{240}{2\pi} = \frac{120}{\pi}$

Ответ: $\frac{120}{\pi}$ км

В задании требовалось найти площадь колыца - 0.5.

Задача №5.

$$(k^2 - 3k - 10)x^2 + (3k - 8)x + 2 = 0 \quad D = (3k - 8)^2 - 8(k^2 - 3k - 10) = (k - 2)^2 \quad k \in [6; 10]$$

Рассмотрим два случая:

$$1) x_1 = \frac{-2}{k+2}; x_2 = \frac{1}{k-5}, \text{ если } x_1 \leq x_2, \text{ то } \frac{-2}{k+2} \leq \frac{1}{k-5} \Rightarrow \frac{2}{k-5} - \frac{2}{k+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{2k+4-2k+10}{(k-5)(k+2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{14}{(k-5)(k+2)} \leq 0$$

$\Rightarrow \frac{14}{(k-5)(k+2)} \leq 0$, следовательно, $k \in [-2; 5]$, что не удовлетворяет условию задачи

$$2) x_1 = \frac{-1}{k-5}; x_2 = \frac{-2}{k+2} \quad x_1 \leq x_2 \quad \frac{-1}{k-5} \leq \frac{-2}{k+2} \Rightarrow \frac{1}{k+2} - \frac{1}{k-5} \leq 0 \Rightarrow \frac{k-20-k+2}{(k+2)(k-5)} \leq 0 \Rightarrow \frac{3k-22}{(k+2)(k-5)} \leq 0$$

$k \in [5; \frac{22}{3}]$, что частично удовлетворяет условию

Бланк олимпиадной работы

$$p = \frac{\frac{22}{3} - 6}{10 - 6} = \frac{\frac{22}{3} - \frac{18}{3}}{4} = \frac{\frac{4}{3}}{4} = \frac{1}{3} \approx 0,33 - \text{вероятность того, что чл } k \in [0; 10] \text{ и } 1 \leq 2 \text{ и } 2$$

ОТВЕТ: $p = 0,33$

Дан не точный ответ.

188.