



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

111542

1123456789

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

Класс 9 Вариант 21 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания СПбПУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	10	10	2	15	0	0	0	0	52	пятьдесят два	

CONFIDENTIAL
EXCLUDED FROM
AUTOMATIC
DOWNGRADING
AND
DECLASSIFICATION

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]
4. [illegible]
5. [illegible]
6. [illegible]
7. [illegible]
8. [illegible]
9. [illegible]
10. [illegible]

11. [illegible]
12. [illegible]
13. [illegible]
14. [illegible]
15. [illegible]
16. [illegible]
17. [illegible]
18. [illegible]
19. [illegible]
20. [illegible]



$$E = mc^2$$



ШИФР

111542

0123456789

Бланк олимпиадной работы

$$\left(\frac{10001}{20232023} - \frac{10001}{20222022} \right) \cdot 2023 + \frac{1}{\sqrt{4098484}} = \left(\frac{1}{2023} - \frac{1}{2022} \right) \cdot 2023 + \frac{1}{\sqrt{(2022)^2}} =$$

$$= 1 - \left(1 + \frac{1}{2022} \right) + \frac{1}{2022} = \frac{1}{2022} - \frac{1}{2022} = 0$$

Ответ: 0.

N4.

1) надо найти мин N n: $\left(\frac{2023}{2022} \right)^{2^4 + 18 + \dots + 2^4 \left(\frac{2}{3} \right)^n} > \left(\frac{2023}{2022} \right)^{42}$, так как

$$\left(\frac{2023}{2022} \right)^{n+1} > \left(\frac{2023}{2022} \right)^n, \text{ то при увелич. } n \text{ число увели.}$$

2) степень левой части - геометрическая прогрессия, где $a_1 = 2^4$, а $q = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n a_i > 42 \Leftrightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \text{ (т.к. } q \neq 1) > 42 \Leftrightarrow \frac{2^4(1-(\frac{2}{3})^n)}{1-\frac{2}{3}} > 42 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 81(1-(\frac{2}{3})^n) > 42 \Leftrightarrow 9(1-(\frac{2}{3})^n) > 8 \Leftrightarrow 1-(\frac{2}{3})^n > \frac{8}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{9} > \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

$$n=1 \times$$

$$n=2 \times$$

$$n=3 \times$$

$$n=4 \times$$

$$n=5 \times; \frac{1}{9} > \frac{2^5}{3^5} \Leftrightarrow 1 > \frac{32}{243} \times$$

$$n=6: \frac{1}{9} > \frac{2^6}{3^6} \Leftrightarrow 1 > \frac{64}{81} \checkmark$$

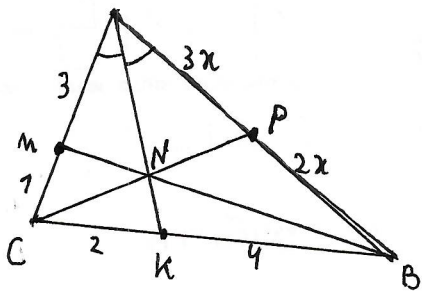
Ответ: n=6

N2

см на след. странице

$$AK = a$$

$$\cos(\angle K A) = b \Rightarrow \cos(\angle B K A) = -b$$



м. косинусов

$$\begin{cases} \Delta CKA: 4+a^2-4ab=16 \\ \Delta BKA: 16+a^2+8ab=64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8+a^2-8ab=32 \\ 16+a^2+8ab=64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-8ab=24 \\ a^2+8ab=48 \end{cases}$$

$$8+a^2-8ab=32$$

$$16+a^2+8ab=64$$

$$\Leftrightarrow 24+3a^2=96 \Leftrightarrow 3a^2=72 \Leftrightarrow a^2=24 \Leftrightarrow a=\sqrt{24}$$

$$\Leftrightarrow a^2=24 \Leftrightarrow AK=\sqrt{24} \Leftrightarrow AK=2\sqrt{6}$$

$$\Leftrightarrow AK=2\sqrt{6}$$

$$5) \text{ по м. Вон-Штейна: } \frac{|AN|}{|AK|} = \frac{|AP|}{|PB|} + \frac{|AM|}{|MC|} \Leftrightarrow \frac{|AN|}{|AK|-|AN|} = \frac{3}{2} + \frac{3}{7} \Leftrightarrow \frac{|AN|}{2\sqrt{6}-|AN|} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2|AN|=18\sqrt{6}-9|AN| \Leftrightarrow |AN|=\frac{18\sqrt{6}}{11}$$

$$\text{Ответ: } |AN|=\frac{18\sqrt{6}}{11}$$

нб.



1) Давайте рассмотрим факт, что такая фигура: самая маленькая (диаметр дуги не r)

Для того, чтобы избежать коллизии, надо, чтобы дуги соседних окр. пересекались в одной вершине, иначе либо не будет коллизии (разрешится), либо коллизия станет меньше. Кроме того, надо, чтобы центр каждой окр. (из 7) находился посередине дуги коллизии по мере возможности.

$$2) \angle BOA = \frac{360^\circ}{7} : 2 \text{ (из-за симметрии окр. (симметрична))}$$

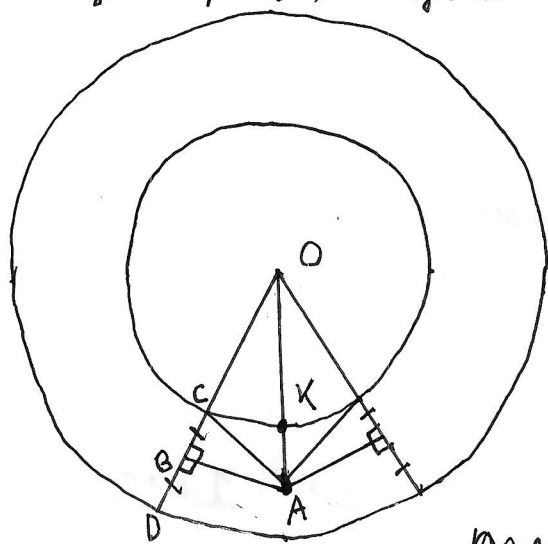
3) м.к. А - центр окр. внутри центра коллизии, то:

1 - сторона [AB] делит [CD] пополам

$$2 - |AC| = r = 47 \text{ км}$$

$$4) |AB| = \sqrt{|AC|^2 - \left(\frac{|CD|}{2}\right)^2} = \sqrt{(47 \text{ км})^2 - (9 \text{ км})^2} = \sqrt{1600} \text{ км} = 40 \text{ км.}$$

$$5) \text{ по м. синусов } \frac{|AB|}{\sin(360^\circ/14)} = \frac{|OA|}{\sin(90^\circ)} \Rightarrow |OA| = \frac{40 \text{ км}}{\sin\left(\frac{360^\circ}{14}\right)}$$





Бланк олимпиадной работы

$$6) |OK| = |OA| - |AK| = |OA| - |BC| = \frac{40 \text{ км}}{\sin(\frac{360^\circ}{14})} - 9 \text{ км}$$

$$7) S_{\text{кольца}} = \pi |OD|^2 - \pi |OK|^2 = \pi (100)^2 - \pi (9)^2 =$$

$$= \pi (100 - 9)(100 + 9) = \pi \left(\frac{40 \text{ км}}{\sin(\frac{360^\circ}{14})} + 9 \text{ км} - \frac{40 \text{ км}}{\sin(\frac{360^\circ}{14})} + 9 \text{ км} \right) \left(\frac{80 \text{ км}}{\sin(\frac{360^\circ}{14})} \right) =$$

$$= \pi \cdot 18 \text{ км} \cdot \frac{80 \text{ км}}{\sin(\frac{360^\circ}{14})} = \pi \cdot \frac{1440 \text{ км}^2}{\sin(\frac{360^\circ}{14})}$$

Ответ: $\pi \cdot \frac{1440 \text{ км}^2}{\sin(\frac{\pi}{4})}$

№3.

n-м-во град



все T - высказывания $\Rightarrow$ 37 - T высказывания.

$$1 \text{ м} = \frac{22}{37} \Rightarrow \angle B = \frac{15}{37} \quad \text{из } \frac{n}{296} - 37 \text{ } \cancel{250}$$

$$\frac{n}{8} - 1 \Rightarrow \angle M = \frac{154}{296}, \angle B = \frac{105}{296}$$

$$37 + 105 = 142$$

Ответ: 142

№5.

$$\text{н.к. } \sqrt{\dots} - \text{чет.}, \text{ т.к. } \sqrt{x^3 - x - \dots} \geq 0, \text{ но } 0 \leq 0 \Rightarrow \sqrt{x^3 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} + 3} = 0$$

