ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР 1324

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	МАТЕМАТИКА
Фамилия	КОВЕШНИКОВ
Имя	ГЛЕБ
Отчество	ЮРЬЕВИЧ
№ школы	5
Населенный пункт	ОРЕНБУРГ
Номер варианта	5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 1324.

Класс 10 Вариант 5 Дата Олимпиады 11.02.2017.

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	0	10	10			0	20	55	пятьдесят пять баллов	

N1.

$(x+1)(x+3)(x+5)=x(x^2-9)$.

$(x+3)(x+1)(x+5)=x(x+3)(x-3)$.

$(x+3)(x^2+6x+5)-(x+3)(x^2-3x)=0$.

$(x+3)(x^2+6x+5-x^2+3x)=0$.

$\left[\begin{array}{l} x+3=0. \\ 9x+5=0. \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=-3. \\ x=-\frac{5}{9} \end{array}\right.$ Ответ: $-\frac{5}{9}$; -3. (+)

N2.

$\sqrt{22-x}-\sqrt{10-x}=2$

ОДЗ: $x\leq10$.

$\left(\sqrt{22-x}-\sqrt{10-x}\right)^2=4$.

$22-x-2\sqrt{22-x}\sqrt{10-x}+10-x=4$.

$32-2x-2\sqrt{22-x}\sqrt{10-x}=4$.

$-2\sqrt{22-x}\sqrt{10-x}=4-32+2x \,\Big|\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$.

$\sqrt{22-x}\sqrt{10-x}=14-x$.

$(22-x)(10-x)=(14-x)^2$.

$220-22x-10x+x^2=196-28x+x^2$

$220-32x=196-28x$.

$220-4x=196$.

$4x=220-196$. (+)

$4x=24$.

$x=6$. (удовл. ОДЗ).

Ответ: 6.

N3.

$$\frac{x^2+2}{x^2-1}<-2.$$

$$\frac{x^2+2+2(x^2-1)}{x^2-1}<0.$$

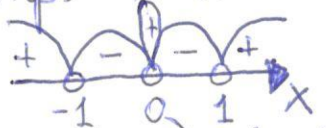
$$\frac{x^2+2+2x^2-2}{x^2-1}<0.$$

$$\frac{3x^2}{x^2-1}<0.$$

$$f(x)=\frac{3x^2}{x^2-1}.$$

$D(f(x)):\ x\neq\pm1.$

н.ф. $x=0.$



$x\in(-1;0)\cup(0;1)$

Ответ: $x\in(-1;0)\cup(0;1)$.

+

N5.

~~$5^{2x+1}-5^x>4.$~~

$5^{2x+1}>5^x+4.$

$5^{2x+1}-5^x-4>0.$

Пусть $5^x=t.$

$5t^2-t-4>0.$

$f(t)=5t^2-t-4.$

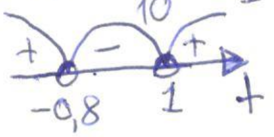
$D(f(t)):\ R.$

н.ф. $5t^2-t-4=0.$

$D=1-4\cdot(5)\cdot(-4)=1+80=81.$

$\sqrt{D}=9.$

$t_1=\frac{1+9}{10}=1 \qquad t_2=\frac{1-9}{10}=-0{,}8.$



$t\in(-\infty;-0{,}8)\cup(1;+\infty).$

(см. продолж. на сл. стр.)

Вернемся к старой переменной:

$$\left[\begin{array}{l} 5^{-x} < -0{,}8 \\ 5^{x} > 1 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \varnothing \\ x > 0. \end{array}\right.$$

+

Ответ: $x > 0$.

N6.

Пусть в первом корпусе живет x чел., во втором $(x-4)$ чел., в третьем $(x+3)$ чел.

Тогда:

$x + x - 4 + x + 3 = 119$.

$3x - 1 = 119$.

$3x = 120$.

$x = 40$. (в 1 корпусе).

$x - 4 = 36$ (в 2 корпусе).

$x + 3 = 43$ (в 3 корпусе). +

Ответ: 40; 36; 43

N9

$\sin x = \sin y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = y = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$

ОДЗ: $\cos x \neq 0$

$\cos y \neq 0$.

$x, y \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$.

Ответ: $\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right)$

$\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n\right)$.

$\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right)$.

$\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right)$.

−

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР ______________________

N10.

$\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}.$

Пусть:

$a=9$

$b=\sqrt{80}$

$c=\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}=\sqrt[3]{a+b}+\sqrt[3]{a-b}.$

$c=\sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{a+b}+\sqrt[3]{a-b}\right)^3}=\sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{a+b}+\sqrt[3]{a-b}\right)\left(\sqrt[3]{(a+b)^2}+\sqrt[3]{(a-b)^2}+2\sqrt[3]{(a+b)(a-b)}\right)}=$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2=9^2-(\sqrt{80})^2=1.$

$c=\sqrt[3]{\sqrt[3]{(a+b)^3}+\sqrt[3]{(a+b)^2(a-b)}+\sqrt[3]{(a-b)^2(a+b)}+\sqrt[3]{(a-b)^3}+2\sqrt[3]{a+b}+2\sqrt[3]{a-b}}=$

$=\sqrt[3]{a+b+a-b+3\sqrt[3]{a+b}+3\sqrt[3]{a-b}}=\sqrt[3]{2a+3\left(\sqrt[3]{a+b}+\sqrt[3]{a-b}\right)}.$

$c=\sqrt[3]{2a+3c}.$

$c^3=2a+3c.$

$c^3-3c-2a=0.$

Вернемся к старой переменной:

$c^3-3c-18=0.$

Корень уравнения – делитель св. члена. => возможные корни: $\pm1; \pm2; \pm3; \pm6; \pm9; \pm18.$

С помощью проверки всех возможных корней, определяем, что $c=3.$

Перепроверка:

$3^3-3\cdot3-18=0.$

$27-9-18=0.$

Верно.

(+).

Ответ: 3.

N4.

$\lg(x-13)+3\lg 2=\lg(3x+1).$

По свойству логарифма:

$x-13+3\cdot2=3x+1.$

$-7=2x+1.$

$x=-4$

Ответ: $-4.$

—