



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

1 0 4 7 0 0

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

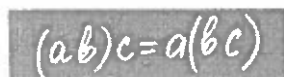
Класс 11 Вариант 32 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания ЧПОУ "Богинин колледж Волгоград".

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	0	15	10	20	8	—	—	—	—	58	пятьдесят восемь	<i>V. L. Mark</i>



$E = mc^2$



ШИФР

104788

1123456789

Бланк олимпиадной работы

Задача №1.

$\frac{a^{12} - 4096}{64a^6}$, если $\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2} = 3$.

$\frac{a^{12}}{2^6 a^6} - \frac{2^{12}}{2^6 a^6} = \frac{a^6}{2^6} - \frac{2^6}{a^6} = \left(\frac{a^2}{4}\right)^3 - \left(\frac{4}{a^2}\right)^3 =$

$= \left(\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2}\right) \left(\left(\frac{a^2}{4}\right)^2 + \frac{a^2 \cdot 4}{4 \cdot a^2} + \left(\frac{4}{a^2}\right)^2\right) =$

$= 3 \cdot \left(\left(\frac{a^2}{4}\right)^2 + 1 + \left(\frac{4}{a^2}\right)^2\right) \quad (1)$

$\left(\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{4}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{a^2}{4} \cdot \frac{4}{a^2}\right) + \left(\frac{4}{a^2}\right)^2 =$

$= \left(\frac{a^2}{4}\right)^2 - 2 + \left(\frac{4}{a^2}\right)^2 = 3^2; \left(\frac{a^2}{4}\right)^2 + \left(\frac{4}{a^2}\right)^2 = 11. \quad (2)$

$(1) + (2) \Rightarrow 3 \cdot (11 + 1) = \frac{a^{12} - 4096}{64a^6} = 3 \cdot 12 = 36.$

Ответ: $\frac{a^{12} - 4096}{64a^6} = 36.$

505



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Задача 3.

$$5x - x^2 + \sqrt{(x^2 - 16)(-9 + 10x - x^2)} = 9.$$

$$\sqrt{(x^2 - 16)(x^2 - 10x + 9)} = x^2 - 5x + 9; \quad \left(\sqrt{(x^2 - 16)(x^2 - 10x + 9)}\right)^2 = (x^2 - 5x + 9)^2$$

$$1) (x^2 - 5x + 9)^2 = x^4 + 25x^2 + 81 - 10x^3 + 18x^2 - 90x$$

$$2) (x^2 - 16)(x^2 - 10x + 9) = x^4 - 10x^3 + 9x^2 - 16x^2 + 160x - 144$$

$$x^4 + 25x^2 + 81 - 10x^3 + 18x^2 - 90x = x^4 - 10x^3 + 9x^2 - 16x^2 + 160x - 144$$

$$33x^2 + 7x^2 - 90x - 160x + 144 + 81 = 0$$

$$50x^2 - 250x + 225 = 0 \quad (/25); \quad 2x^2 - 10x + 9 = 0.$$

$$D = 100 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 100 - 72 = 28.$$

$$x_1 = \frac{10 + 2\sqrt{7}}{4} = \frac{5 + \sqrt{7}}{2}; \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{7}}{2}.$$

Проверка: $x_1 = \frac{5 + \sqrt{7}}{2}$.

$$\sqrt{(x^2 - 16)(x^2 - 10x + 9)} = x^2 - 5x + 9.$$

$$\sqrt{\left(\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{2}\right)^2 - 16\right)\left(\left(\frac{5 + \sqrt{7}}{2}\right)^2 - \frac{10(5 + \sqrt{7})}{2} + 9\right)} = \sqrt{\left(\frac{32 + 10\sqrt{7}}{4} - \frac{64}{4}\right)}.$$

$$\sqrt{\frac{32 + 10\sqrt{7}}{4} - \frac{100 + 20\sqrt{7}}{4} + \frac{36}{4}} = \sqrt{\frac{10\sqrt{7} - 32}{4} \cdot \frac{(-32 - 10\sqrt{7})}{4}}$$

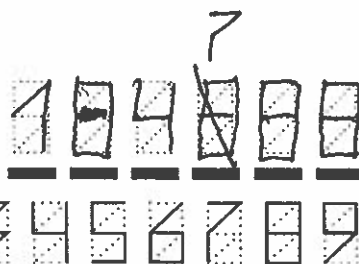
$$= \frac{1}{4} \sqrt{-\frac{(10\sqrt{7} - 32)(10\sqrt{7} + 32)}{1}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{700 - 1024}{1} \cdot (-1)}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Задача 3 (цифрование)

$$\frac{1}{4} \sqrt{1024 - 700} = \frac{1}{4} \sqrt{324} = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 9 = \frac{9}{2}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{5 + \sqrt{7}}{2} \right)^2 - 5 \cdot \frac{5 + \sqrt{7}}{2} + 9 &= \frac{32 + 10\sqrt{7}}{4} - \frac{25 + 5\sqrt{7}}{2} + \frac{36}{4} = \\ &= \frac{32 + 10\sqrt{7} - 50 - 10\sqrt{7} + 36}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{9}{2} - \text{верно.}$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{7}}{2} - \text{корень уравн. 1.}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{7}}{2}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{\left(\left(\frac{5 - \sqrt{7}}{2} \right)^2 - 16 \right) \left(\left(\frac{5 - \sqrt{7}}{2} \right)^2 - 10 \cdot \frac{5 - \sqrt{7}}{2} + 9 \right)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{32 - 10\sqrt{7}}{4} - \frac{64}{4} \right) \left(\frac{32 - 10\sqrt{7}}{4} - \frac{100 - 20\sqrt{7}}{4} + \frac{36}{4} \right)} = \\ &= \sqrt{-\frac{1}{4} \left(\frac{32 + 10\sqrt{7} \cdot 10}{1} \right) \cdot \frac{1}{4} (32 - 10\sqrt{7} - 100 + 20\sqrt{7} + 36)} = \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{-(32 + 10\sqrt{7})(-32 + 10\sqrt{7})} = \frac{1}{4} \sqrt{-(700 - 1024)} = \\ &= \frac{1}{4} \cdot 18 = \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{5 - \sqrt{7}}{2} \right)^2 - 5 \cdot \frac{5 - \sqrt{7}}{2} + 9 &= \frac{32 - 10\sqrt{7}}{4} - \frac{50 - 10\sqrt{7}}{4} + \frac{36}{4} = \\ &= \frac{68 - 50}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}, \quad \frac{9}{2} = \frac{9}{2} - \text{верно.} \end{aligned}$$

$$x = \frac{5 - \sqrt{7}}{2} - \text{втор. корень уравн.}$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

Бланк олимпиадной работы

Задача №5.

$[5; 7]$

$$\begin{cases} (k^2 - 3k - 4)x^2 + (3k - 7)x + 2 = 0 \\ x_1 \leq 2x_2 \end{cases}$$

$$(k^2 - 3k - 4)x^2 + (3k - 7)x + 2 = 0.$$

$$\begin{aligned} D &= (3k - 7)^2 - 8(k^2 - 3k - 4) = 9k^2 - 42k + 49 - 8k^2 + 24k + 32 = \\ &= k^2 - 18k + 81 = (k - 9)^2 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-3k + 7 + k - 9}{2(k^2 - 3k - 4)} = \frac{-2k - 2}{2(k^2 - 3k - 4)} = \frac{-k - 1}{k^2 - 3k - 4}$$

$$x_2 = \frac{-3k + 7 - k + 9}{2(k^2 - 3k - 4)} = \frac{-4k + 16}{2(k^2 - 3k - 4)} = \frac{-2k + 8}{k^2 - 3k - 4}$$

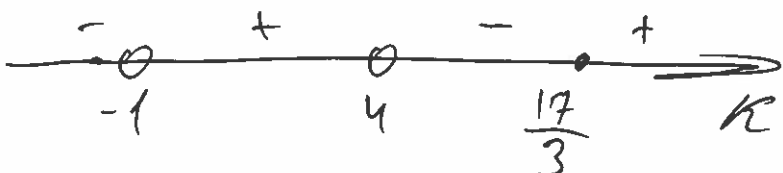
$$1) \frac{-k - 1}{k^2 - 3k - 4} \leq 2 \cdot \frac{-2k + 8}{k^2 - 3k - 4}; \quad \frac{-k - 1 + 4k - 16}{k^2 - 3k - 4} \leq 0.$$

$$\frac{3k - 17}{k^2 - 3k - 4} \leq 0; \quad D = 9 + 16 = 25;$$

$$k_1 = \frac{3+5}{2} = 4; \quad k_2 = \frac{3-5}{2} = -1.$$

$$\frac{3k - 17}{(k + 1)(k - 4)} \leq 0; \quad \frac{(3k - 17)(k + 1)(k - 4)^2}{(k + 1)(k - 4)} \leq 0.$$

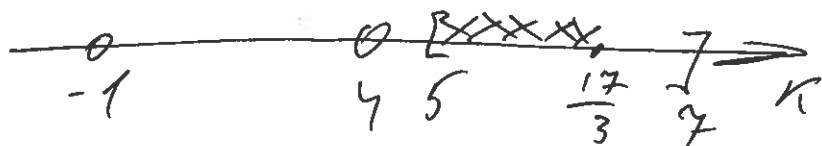
$$(3k - 17)(k + 1)(k - 4) \leq 0$$



$$k \leq -1; \quad 4 < k \leq \frac{17}{3}$$

Бланк олимпиадной работы

~~Задача~~ Задача № 5 (интер.)



$$5 \leq k \leq \frac{17}{3}$$

$$2) \quad \frac{-2k+8}{k^2-3k-4} \leq 2, \quad \frac{-k-1}{k^2-3k-4}, \quad \frac{-2k+8+2k+2}{k^2-3k-4} \leq 0.$$

$$\Rightarrow \frac{10}{k^2-3k-4} \leq 0; \quad \frac{1}{(k+1)(k-4)} \leq 0; \quad \frac{(k+1)^2(k-4)^2}{(k+1)(k-4)} \leq 0$$

$$(k+1)(k-4) \leq 0; \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad 0 \quad + \\ -1 \quad 4 \quad 5 \quad 7 \quad k \end{array}$$

$-1 < k < 4$
контрпример.

Вероятно, что корни уравнения
от условия:

$$\frac{\left(\frac{17}{3} - 5\right)}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

2005



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

104700

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$

$\text{H}-\text{C}-\text{H}$

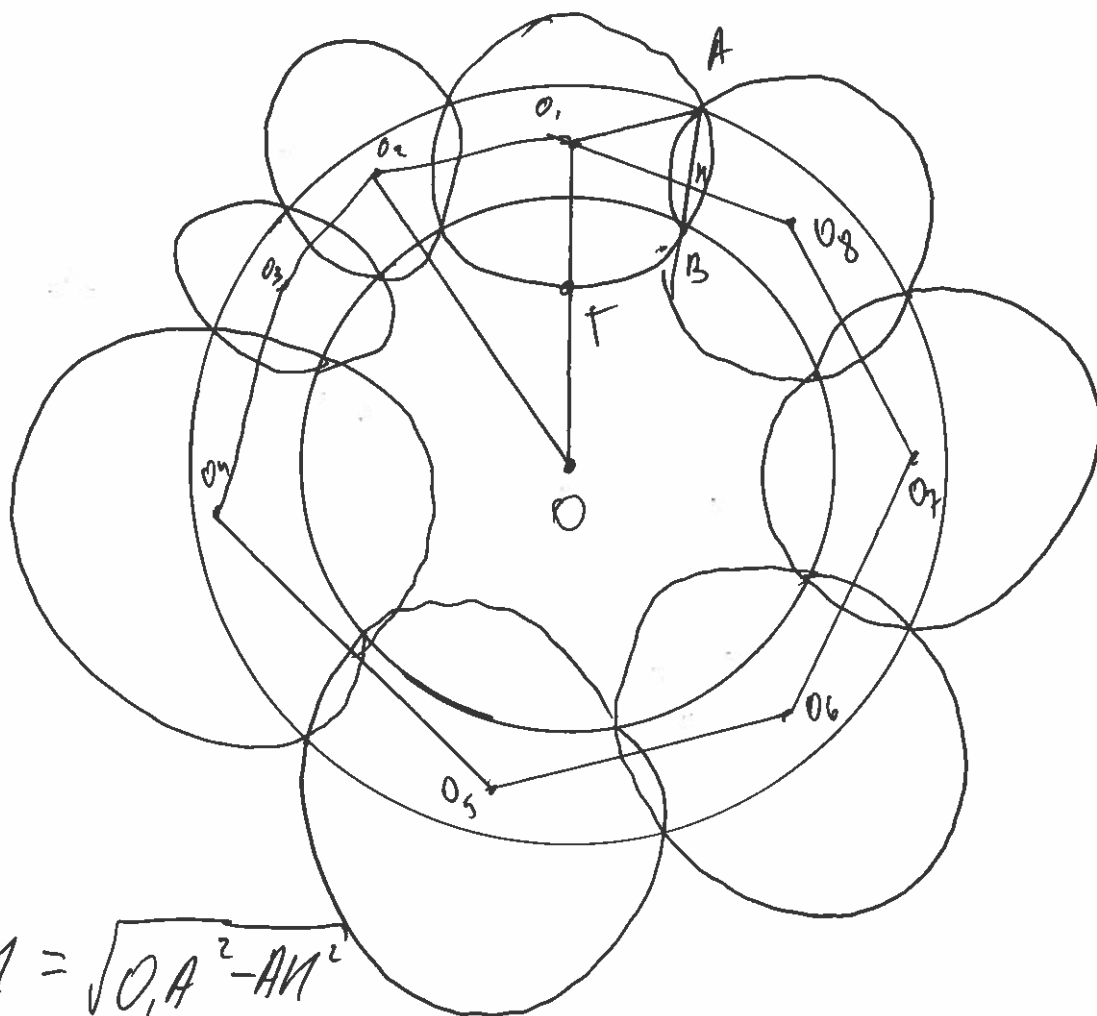
1123456789

Бланк олимпиадной работы

Задание №4.

$AB = 18; O_1T = 15$

$OO_1 = ?$



$$O_1H = \sqrt{O_1A^2 - AH^2}$$

$$O_1H = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12. \Rightarrow O_1O_8 = 24.$$

$O_1O_2O_3O_4O_5O_6O_7O_8$ - правильная восьмизна.

$$\angle O_2O_1O_8 = \frac{\pi \cdot 6}{8} = \frac{3\pi}{4}.$$

$$\angle O_2O_1O = \frac{3\pi}{8}.$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

1 0 4 7 0 0

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$

$H-C-H$

1 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Задача 4 (продолжение)

По i. муглов:

$$\frac{O_2 O_1}{\sin(\frac{3\pi}{8})} = \frac{O_1 O}{\sin(\angle O_2 O_1 O)}$$

$$\angle O_2 O_1 O = \pi - \frac{3\pi}{8} = \frac{5\pi}{8}$$

$$\frac{O_2 O_1}{\sin(\frac{3\pi}{8})} = \frac{O_1 O}{\sin(\frac{5\pi}{8})}; \quad \frac{24}{\sin(\frac{3\pi}{8})} = \frac{O_1 O}{\sin(\frac{5\pi}{8})}$$

$$O_1 O = \frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})}$$

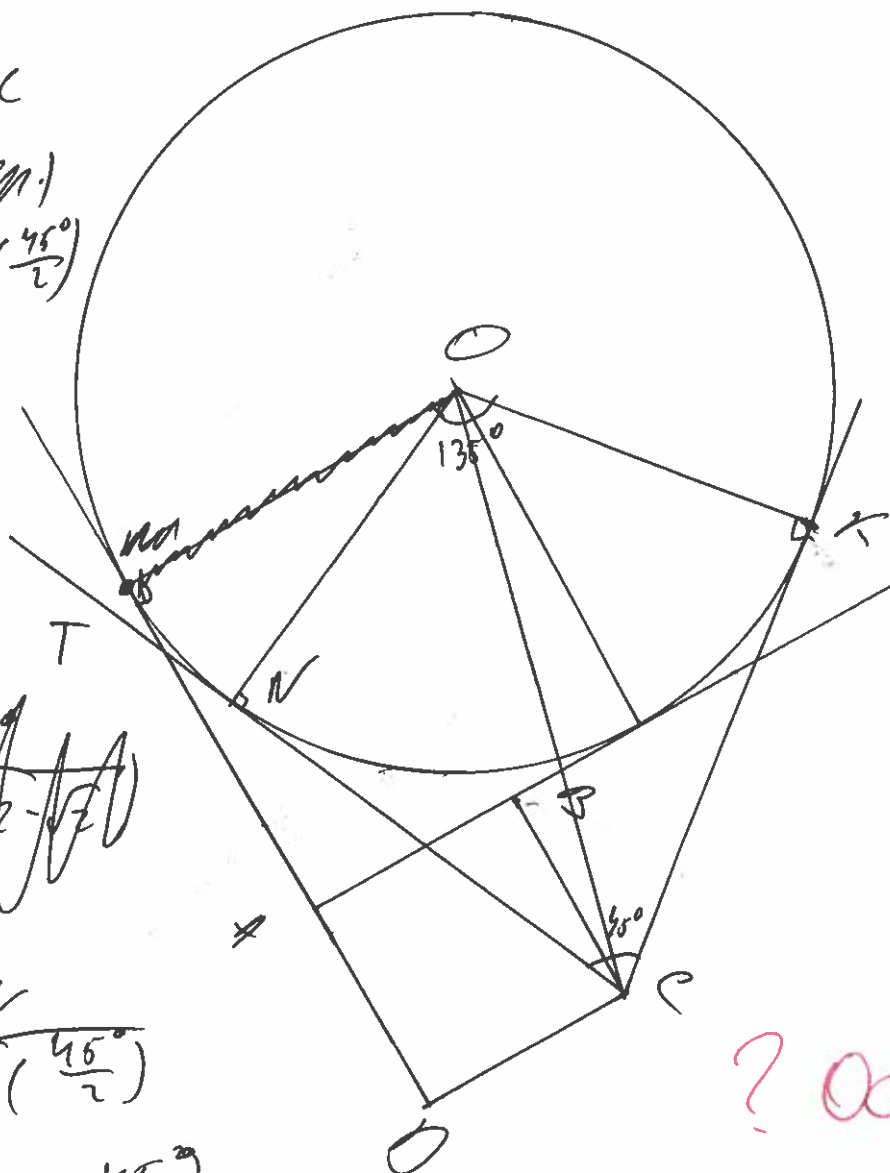
$$\begin{aligned} S_{\triangle O_1 O_2 O} &= \pi \cdot \left(\frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} + 9 \right)^2 - \pi \left(\frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} - 9 \right)^2 \\ &= \pi \left(\left(\frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} \right)^2 + 18 \cdot \frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} + 81 - \left(\frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 18 \cdot \frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} - 81 \right) = \pi \cdot 36 \cdot \frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} = \\ &= \frac{816 \pi \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})} \end{aligned}$$

Ответ: расстояние: $\frac{24 \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})}$; $S = \frac{816 \pi \sin(\frac{5\pi}{8})}{\sin(\frac{3\pi}{8})}$

Лист 8 из 10

Задача № 2

$$m = TA$$



$$OC = \frac{ON}{\sin(\frac{45^\circ}{2})}$$

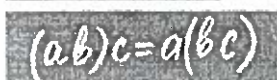
$$K_C = \cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right) \cdot 0.6$$

$$\cos\left(\frac{45^\circ}{2}\right) = +\sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{45^\circ}{2}\right)}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$E = mc^2$



Бланк олимпиадной работы

Задача 6.

$$\begin{cases} x + y + z = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + yz + xz = 14 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 64$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot 14 = 64$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 36.$$

Ответ: площадь круга = 36?

Разве это окончательный ответ?

80.

Верный ход решения!
Найдено важное условие!
Решение не доведено
до конца!