

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 32 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания МОУ СОШ №1 с УИОП г. Надыни

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	2	—	14	—	18	30	—	—	—	—	64	Шестьдесят четыре	<i>М.А. [подпись]</i>

Ответы:

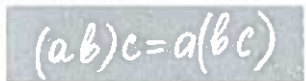
Задача 1: 30

Задача 3: $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$

Задача 5: $\frac{1}{3}$

Задача 6: $450\sqrt{\frac{11}{3}}$

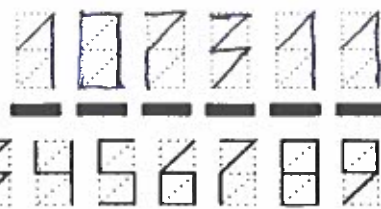
Решения нет



$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

N1

$$\frac{a^{12} - 4096}{64a^6} \quad , \quad \frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2} = 3 \quad ;$$

$$\left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right) \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{a}\right) = 3;$$

$$\begin{aligned} 1) \frac{a^{12} - 4096}{64a^6} &= \frac{a^{12} - 2^{12}}{64a^6} = \frac{(a^6 - 2^6)(a^6 + 2^6)}{8a^3 \cdot 8a^3} = \left(\frac{a^3}{2^3} - \frac{2^3}{a^3}\right) \cdot \left(\frac{a^3}{2^3} + \frac{2^3}{a^3}\right) = \\ &= \left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right) \left(\frac{a^2}{2^2} + 1 + \frac{2^2}{a^2}\right) \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{a}\right) \left(\frac{a^2}{2^2} - 1 + \frac{2^2}{a^2}\right) \end{aligned}$$

2) По мы знаем, что $\left(\frac{a^3}{2^3} - \frac{2^3}{a^3}\right) \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{a}\right) = 3$, значит

$$\begin{aligned} 3 \cdot \left(\frac{a^2}{2^2} + \frac{2^2}{a^2} + 1\right) \left(\frac{a^2}{2^2} + \frac{2^2}{a^2} - 1\right) &= 3 \cdot \left(\left(\frac{a^2}{2^2} + \frac{2^2}{a^2}\right)^2 - 1\right) = 3 \cdot \left(\frac{a^4}{2^4} + 1 + \frac{2^4}{a^4} - 1\right) \\ &= 3 \cdot \left(\frac{a^4}{2^4} + \frac{2^4}{a^4}\right) \end{aligned}$$

$$\left[\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2}\right]^2 = [3]^2$$

$$\frac{a^4}{2^4} - 1 + \frac{2^4}{a^4} = 9$$

$$\frac{a^4}{2^4} + \frac{2^4}{a^4} = 10$$

П.О. $\frac{a^{12} - 4096}{64a^6} = 3 \cdot 10 = 30$, при $\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2} = 3$

Ответ: 30

20.

Верный ход
решения.

ОШИБКА В РАБОТАХ
=> неверный
ответ!



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

N3

$$5x - x^2 + \sqrt{(16 - x^2)(-9 + 10x - x^2)} = 9$$

$$5x - x^2 + \sqrt{(4 - x)(4 + x)(-9 + 10x - x^2)} = 9$$

$$5x - x^2 + \sqrt{-(4 - x)(4 + x)(x^2 - 10x + 9)} = 9$$

$$5x - x^2 + \sqrt{(x - 4)(x + 4)(x - 1)(x - 9)} = 9$$

$$5x - x^2 + \sqrt{(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x - 36)} = 9$$

Пусть $x^2 - 5x = t$, тогда

$$-t + \sqrt{(t + 4)(t - 36)} = 9$$

$$[\sqrt{(t + 4)(t - 36)}]^2 = [9 + t]^2, \quad t \in [-9, -4]$$

$$(t + 4)(t - 36) = t^2 + 18t + 81$$

$$t^2 - 32t - 144 = t^2 + 18t + 81$$

$$-50t = 225$$

$t = -4,5$, упрощает отрезку $[-9, -4]$

Вернемся к замене

$$x^2 - 5x = -4,5, \quad | -2$$

$$2x^2 - 10x = -9$$

$$2x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$D_1 = b^2 - 4ac$$

$$D_1 = 25 - 18 = 7, \quad D_1 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D_1}}{a} = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

1405
отвечает
003!

Бланк олимпиадной работы

N5

$$(k^2 - 3k - 4)x^2 + (3k - 4)x + 2 = 0, \quad k \in [5; 7], \quad k^2 - 3k - 4 = (k - 4)(k + 1)$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (3k - 4)^2 - 8(k^2 - 3k - 4) = 9k^2 - 24k + 16 - 8k^2 + 24k + 32 = k^2 - 18k + 81 = (k - 9)^2$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3k + 4 - \sqrt{(k - 9)^2}}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)} = \frac{-3k + 4 - |k - 9|}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)}$$

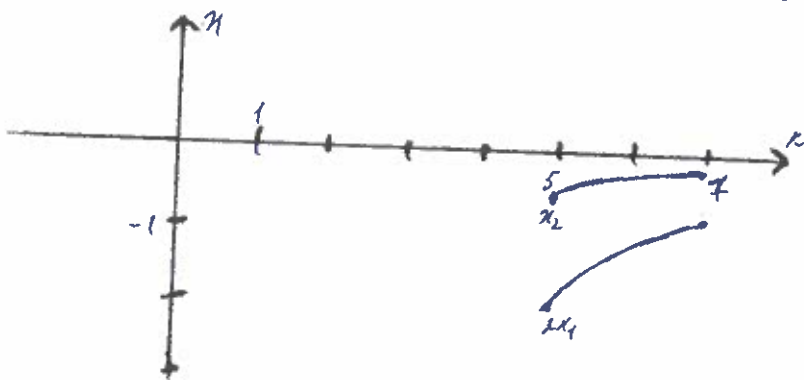
П.к. $k \in [5; 7]$, то $|k - 9| = -(k - 9)$

$$x_1 = \frac{-3k + 4 + k - 9}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)} = \frac{-2k - 5}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)} = \frac{-2(k + 1)}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)} = -\frac{1}{k - 4}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3k + 4 + k - 9}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)} = \frac{-2k - 5}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)} = \frac{-4(k + 1)}{2 \cdot (k - 4)(k + 1)} = -\frac{2}{k - 4}$$

Рассмотрим сначала зависимость $2x_1$ и $2x_2$

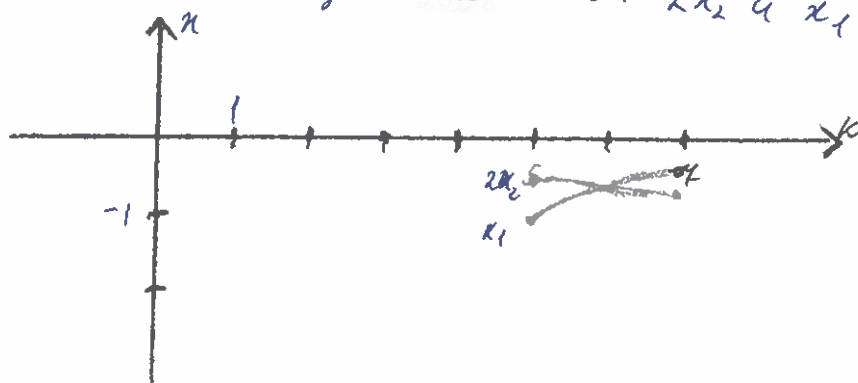
$$2x_1 = -\frac{2}{k - 4}$$



П.о. $x_2 > 2x_1$, что не удовлетворяет условию задачи, значит

Рассмотрим зависимость $2x_2$ и x_1

$$2x_2 = -\frac{4}{k + 1} \quad x_1 = -\frac{1}{k - 4}$$





Бланк олимпиадной работы

Пр. 2. $2x_2^2 \geq x_1$ на $[5; 1]$, найдите т. пересечения
пр-ой $2x_2$ и x_1

$$-\frac{4}{x+1} = -\frac{1}{x-4} \quad , \quad -(x+1)(x-4) \cdot (-1) \quad x \neq -1; x \neq 4$$

$$4(x-4) = x+1$$

$$4x-16 = x+1$$

$$3x = 17$$

$$x_1 = 5\frac{2}{3} \quad \text{Доп. исключение на } x?$$

Значит длина отрезка удовлетворяющий условию равна
 $5\frac{2}{3} - 5 = \frac{2}{3}$, а длина всего отрезка равна 2, т.е.
вероятность, что корни удовлетворяют условию, равна $(\frac{2}{3}) : 2 = \frac{1}{3}$
 $x \in [5; 1]$ будут удовлетворяют условию, равна $(\frac{2}{3}) : 2 = \frac{1}{3}$
Ответ: $\frac{1}{3}$
180. Менее точности в решении!

№6

$$\begin{cases} x+y+z=8 \\ xy+yz+xz=14 \end{cases}$$

$$1) [x+y+z]^2 = [8]^2$$

$$x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz=64$$

$$xy+xz+yz=32-\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}-\frac{z^2}{2}$$

$$2) xy+yz+xz=14$$

$$32-\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}-\frac{z^2}{2}=14, \quad /: (-2)$$

$$-64+x^2+y^2+z^2=28$$

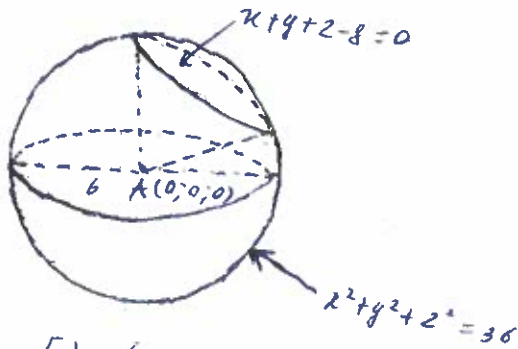
$$x^2+y^2+z^2=92$$

Бланк олимпиадной работы

3) П.О. мы получили систему уравнений

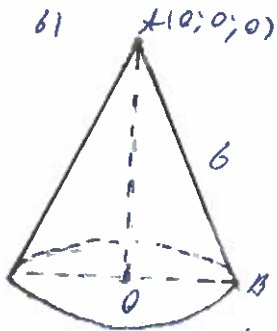
$$\begin{cases} x+y+z=8 \\ x^2+y^2+z^2=36 \end{cases}$$

где $x+y+z=8$ — уравнение плоскости, а $x^2+y^2+z^2=36$ — уравнение сферы с центром в $x(0;0;0)$ и радиусом 6



4) Решив данную систему, мы получим сечение сферы с плоскостью, и данным сечением является окружность

5) Нам нужно найти длину окружности, чтобы найти длину троса



Рассмотрим конус с вершиной $x(0;0;0)$ с центром основания O , радиусом r , и образующей равной 6

4) Мы знаем координаты точки x и уравнение плоскости основания, значит мы можем найти расстояние точки до плоскости, а это есть длина HO

$$HO = \rho(x; \pi) = \frac{|x+y+z-8|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}$$

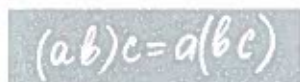
коэффициенты x, y, z уравнения плоскости соответственно $\pi \{a; b; c\}$, есть

$$HO = \frac{|1-8|}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

4) Найдем радиус OB , тогда найдем AB и HO , $\angle HOB = 90^\circ$, тогда

$$OB = \sqrt{AB^2 - HO^2}$$

$$OB = \sqrt{6^2 - \left(\frac{8}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{36 - \frac{64}{3}} = \sqrt{\frac{108 - 64}{3}} = \sqrt{\frac{44}{3}} = 2\sqrt{\frac{11}{3}}$$



$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

8) длина окружности равна

$$l_{\text{окр}} = 2\pi r = 2\pi \cdot 0,75$$

$$l_{\text{окр}} = 2\pi \cdot 2\sqrt{\frac{1}{3}} = 4\pi\sqrt{\frac{1}{3}}, \text{ а это и есть длина троса}$$

Ответ: $4\pi\sqrt{\frac{1}{3}}$

305