



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

100921

0123456789

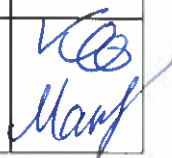
Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 32 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МБОУ СМЯЛ г.о. Самара

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	14	—	18	0	—	—	—	—	47	сорок семь	



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



Бланк олимпиадной работы

№1

$$\frac{a^{12} - 4096}{64a^8} = \frac{a^6}{2^6} - \frac{2^6}{a^6} \quad 4096 = 2^{12} \quad \frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2} = 3$$

$$\left(\frac{a^2}{2^2} - \frac{2^2}{a^2}\right) \left(\frac{a^4}{2^4} + \frac{a^2 \cdot 2^2}{2^2 \cdot a^2} + \frac{2^4}{a^4}\right) = \left(\frac{a^2}{2^2} - \frac{4}{a^2}\right) \left(\frac{a^4}{2^4} + \frac{2^4}{a^4} + 1\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2}\right)^2 = 9 \quad \Leftrightarrow 3(11 + 1) = 36$$

$$\frac{a^4}{2^4} + \frac{2^4}{a^4} - 2 = 9$$

Ответ: 36

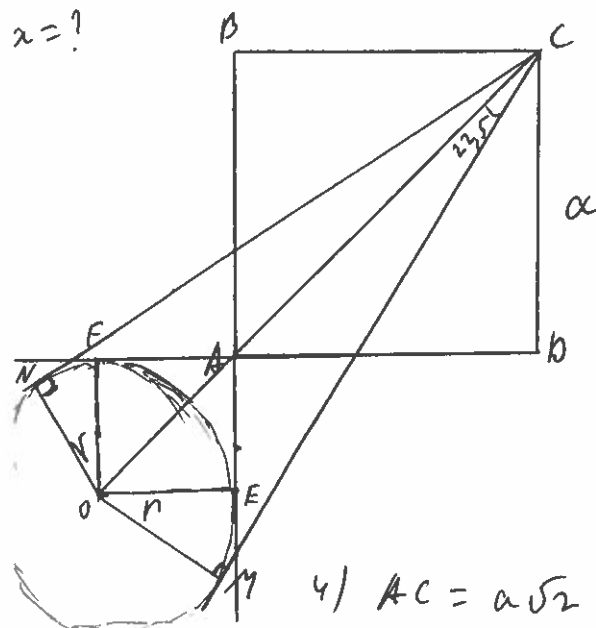
$$\frac{a^4}{2^4} + \frac{2^4}{a^4} = 11$$

505

№2

$x = BC$

$x = ?$



1) прямая $AB \perp$ прямой BE

BF и BE - касат. окружности радиуса r

радиус $\perp$ касательной $\Rightarrow OFAE$ - квадрат

со стороной r и равной по условию

$$\sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}} = r$$

2) $CM = CN$ (как ^{пересекающиеся} касательные одной окружности)

$$NO = OM = r$$

$\Rightarrow \triangle CNO \cong \triangle CMO$ (по двум катетам)

$$\Rightarrow \angle OCN = \angle OCM = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

3) $OA = r \cdot \sqrt{2}$ (как гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника)

4) $AC = a\sqrt{2}$ (как диагональ квадрата)

по теореме синусов:

$$\frac{r}{2 \sin \angle OCM} = \frac{OC}{2 \sin \angle OAC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} = \frac{a\sqrt{2} + (\sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}})\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} + x = \frac{a}{\sqrt{2}} + x + \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2}}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Лист 2 из 5



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} ; \quad \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{1} = a$$

$$\frac{2 - 2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} = a ; \quad a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}}$$

Ответ: $a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}}$

13

$$5x - x^2 \sqrt{(16-x^2)(-9+10x-x^2)} = 9$$

$$\sqrt{(x^2-16)(x^2-10x+9)} = x^2 - 5x + 9$$

возведем обе части в квадрат

$$x^4 - 10x^3 + 9x^2 - 16x^2 + 160x - 144 = x^4 - 5x^3 + 9x^2 -$$

$$- 5x^3 + 25x^2 - 45x + 9x^2 - 45x + 87$$

$$- 16x^2 + 160x - 144 = 25x^2 + 9x^2 - 90x + 87$$

$$50x^2 - 250x + 225 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 9 = 0$$

$$2x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$D = 100 - 72 = 28$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{7}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$$

проверим, подходят ли корни по ОДЗ:

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{7}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{7}}{2}$$

$$\frac{7}{2} < \frac{5 + \sqrt{7}}{2} < 4$$

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

$\Rightarrow$ подходят

$\Rightarrow$ подходят

Ответ: $\frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$

$$\text{ОДЗ: } 1) x^2 - 5x + 9 \geq 0$$

$$D = 25 - 36 < 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 9 \text{ всегда } > 0$$

$$2) (x-4)(x+4)(x-9)(x-1) > 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{+} & \text{+} & \text{+} & \text{+} & \text{+} & \text{+} & \text{+} \\ -4 & -1 & 9 & 4 & 4 & 9 & 4 \end{array}$$

$$x \in (-\infty; -4) \cup (1; 4) \cup (9; +\infty)$$

ИТОГОВО
СОСТАВИЛИ
ОДЗ!

1405



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

15

$$k \in [5; 7]$$

$$(k^2 - 3k - 4)k^2 + (3k - 7)k + 2 = 0$$

$$k_1 \leq k_2$$

$$D = 9k^2 - 42k + 49 - 8k^2 + 24k + 32 = k^2 - 18k + 87 = (k - 9)^2$$

$$k_{1,2} = \frac{-3k + 7 \pm (k - 9)}{2(k^2 - 3k - 4)}$$

$$k_1 = \frac{7 - 3k + k - 9}{2(k+1)(k-4)} = \frac{-2k - 2}{2(k+1)(k-4)} = -\frac{1}{k-4} = \frac{1}{4-k}$$

$$k_2 = \frac{7 - 3k - k + 9}{2(k+1)(k-4)} = \frac{16 - 4k}{2(k+1)(k-4)} = -\frac{2}{k+1}$$

$$\frac{1}{4-k} \leq -\frac{1}{k+1} \quad ; \quad \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k-4} \leq 0 \quad ; \quad \frac{4k - 16 - k - 1}{(k+1)(k-4)} \leq 0$$

$$\frac{3k - 17}{(k+1)(k-4)} \leq 0$$

$$2) \quad -\frac{2}{k+1} \leq \frac{2}{4-k}$$

1) $\frac{17}{3} - 5$ $k \geq ?$

$$-\frac{2}{k+1} - \frac{2}{4-k} \leq 0$$

$$\frac{1}{k-4} - \frac{1}{k+1} \leq 0$$

$$\frac{k+1 - k+4}{(k-4)(k+1)} \leq 0$$

$$\frac{5}{(k-4)(k+1)} \leq 0$$

$$\frac{1}{k-4} - \frac{1}{k+1} \leq 0$$

Вероятность 2) события будет равна
нулю для $k \in [5; 7]$

Лист 4 из 5

Вероятность этого события будет
равна:

$$\frac{\frac{17}{3} - 5}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2} = 0,3$$

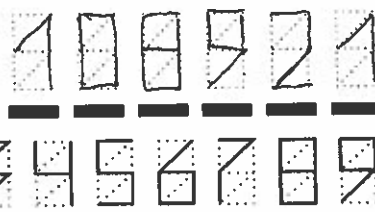
Отв: 0,3

(180)
использовать
при записи
ответа!
использовать
использовать В,
решения!



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

16

$$L = \begin{cases} x + y + z = 8 \\ xy + yz + xz = 14 \end{cases}$$

$$1) (x+y+z)x = 8x$$

$$x^2 + xy + zx = 8x$$

$$\underline{x^2 + 2x = 8}$$

$$2y - x^2 = 14 - 8x$$

$$\underline{x + x^2 + 2y + xy =}$$

$$2y = x^2 - 8x + 14$$

$$x^2 - 8x + 14 + y^2 - 8y + 14 + 2z - 8z + 14 = 14$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 8(x+y+z) - 28$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 64 - 28 = 36$$

$$2) (x+y+z)y = 8y$$

$$x^2 - y^2 = 14 - 8y$$

$$x^2 = y^2 - 8y + 14$$

$$3) (x+y+z)z = 8z$$

$$xy - z^2 = 14 - 8z$$

$$xy = z^2 - 8z + 14$$

?

оо.
уверю!

Отв: 36