



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

100193

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Класс 11A Вариант 31 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МОУ СОШ №1 с учоп г.Кадыма

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	0	13	0	18	28	—	—	—	—	64	шестьдесят четыре	<i>Маша</i>

ответы

1 - (76)

3 - $(2 + \frac{1}{2}\sqrt{2}; 2 - \frac{1}{2}\sqrt{2})$

4 - $(\pi \cdot 17^2 \cdot (2 + \sqrt{2}))$

5 - $(\frac{1}{3})$

6 - $(4\pi\sqrt{\frac{83}{3}})$

Решения нет



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

108193

1123456789

Бланк олимпиадной работы

~ 1

$$\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2} = 4$$

$$\frac{a^{12} - 729}{27a^6} = \frac{a^{12} - 3^6}{3^3 a^6} = \frac{(a^6 - 3^3)(a^6 + 3^3)}{3^3 a^6} = \frac{a^6(1 - \frac{3^3}{a^6})(\frac{a^6}{3^3} + 1) \cdot 3^3}{3^3 a^6} =$$

$$= (1 - \frac{3^3}{a^6})(\frac{a^6}{3^3} + 1) = \frac{a^6}{3^3} + 1 - \frac{3^3 \cdot a^6}{a^6 \cdot 3^3} - \frac{3^3}{a^6} = \frac{a^6}{3^3} - \frac{3^3}{a^6} = (\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2})(\frac{a^2}{3} + \frac{a^2 \cdot 3}{3 \cdot a^2} + (\frac{3}{a^2})^2) =$$

$$= (\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2})(\frac{a^2}{3} - 2\frac{a^2 \cdot 3}{3 \cdot a^2} + (\frac{3}{a^2})^2 + 2 + 1) = (\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2})(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2} + 3)$$

Подставим вместо $(\frac{a^2}{3} - \frac{3}{a^2})$ значение 4:

$$4(4^2 + 3) = 4 \cdot 19 = 76$$

Ответ: 76

+

58.

~ 3

$$4x - x^2 + \sqrt{(9 - x^2)(-7 + 8x - x^2)} = 7$$

$$\sqrt{(-1)(x^2 - 9)(-1)(x^2 - 8x + 7)} = x^2 - 4x + 7 \quad | \uparrow^2$$

$$(x^2 - 9)(x^2 - 8x + 7) = (x^2 - 4x + 7)^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 9x^2 + 72x - 63 = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 4x^3 + 16x^2 - 28x + 7x^2 - 28x + 49$$

$$x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 72x - 63 = x^4 - 8x^3 + 30x^2 - 56x + 49$$

$$32x^2 - 128x + 112 = 0 \quad | \cdot \frac{1}{16}$$

$$2x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$D = 64 - 56 = 8$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{8}}{4} = 2 \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Ответ: $2 + \frac{1}{2}\sqrt{2}; 2 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$

+

138.

0,0,3?



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Бланк олимпиадной работы

~ 6

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ xy+yz+xz=-22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=10 \\ x^2+y^2+z^2=12^2 \end{cases}$$

Заметим, что у нас сфера
два ур-ия: окружности
и плоскости, в ответ
нужно записать длину
их пересечения $\Rightarrow$ длину
окружности:

$$1) x+y+z=10 \quad | \uparrow^2$$

$$(x+y+z)^2=100$$

$$x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)=100$$

Подставим в место $xy+yz+xz$
значение -22 :

$$x^2+y^2+z^2+2(-22)=100$$

$$x^2+y^2+z^2=12^2$$

2) Найдем расстояние от O до
 d , т.е. OB :

$$OB = \frac{|0+0+0+10|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

3) По теореме Пифагора в $\triangle AOB$:

$$AB = r = \sqrt{AO^2 - OB^2} = \sqrt{144 - \frac{100}{3}} = \sqrt{\frac{332}{3}} = 2\sqrt{\frac{83}{3}}$$

$$4) \ell = 2\pi r = 2\pi \cdot 2\sqrt{\frac{83}{3}} = 4\pi\sqrt{\frac{83}{3}}$$

Ответ: длина троса $4\pi\sqrt{\frac{83}{3}}$ +

28 б. (за неточность)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

1 0 0 1 0 3

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

5

$$(k^2 - 3k - 10)x^2 + (3k - 8)x + 2 = 0 \text{ удовл. } x_1 \leq 2x_2 \text{ на } [6; 10]$$

$$D = (3k - 8)^2 - 8(k^2 - 3k - 10) = 9k^2 - 48k + 64 - 8k^2 + 24k + 80 = k^2 - 24k + 144 = (k - 12)^2$$

$$x_1 = \frac{-3k + 8 - k + 12}{2(k^2 - 3k - 10)} = \frac{-4k + 20}{2(k+2)(k-5)} = \frac{-4(k-5)}{2(k+2)(k-5)} = \frac{-2}{k+2}$$

$$x_2 = \frac{-3k + 8 + k - 12}{2(k+2)(k-5)} = \frac{-2k - 4}{2(k+2)(k-5)} = \frac{-2(k+2)}{2(k+2)(k-5)} = \frac{-1}{k-5}$$

При $x_1 \leq 2x_2$:

$$-\frac{2}{k+2} \leq -\frac{2}{k-5}$$

$$\frac{2}{k+2} \geq \frac{2}{k-5} \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k-5} \geq 0$$

$$\frac{k-5 - k-2}{(k+2)(k-5)} \geq 0$$

$$\frac{-7}{(k+2)(k-5)} \geq 0$$

Н.З:

$$k = -2; k = 5$$



На $[6; 10]$:



Продолжение на листе 5

При $x_2 \leq 2x_1$

$$-\frac{1}{k-5} \leq -\frac{4}{k+2}$$

$$\frac{1}{k-5} \geq \frac{4}{k+2}$$

$$\frac{1}{k-5} - \frac{4}{k+2} \geq 0$$

$$\frac{k+2 - 4k+20}{(k-5)(k+2)} \geq 0$$

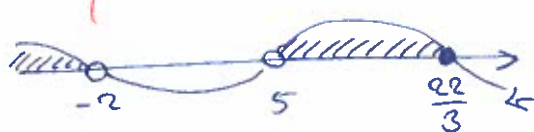
$$\frac{-3k+22}{(k-5)(k+2)} \geq 0$$

Н.Ч:

$$k = \frac{22}{3}$$

Н.З:

$$k = -2; k = 5$$



затем?
в заре
только
условие
 $x_1 \leq 2x_2$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

108193

123456789

Бланк олимпиадной работы

~ 5

Продолжение с места 4

1. Найдём благоприятные события (длину события $[6; \frac{22}{3}]$):

$$\frac{22}{3} - 6 = \frac{22-18}{3} = \frac{4}{3}$$

2. Найдём длину всех событий:

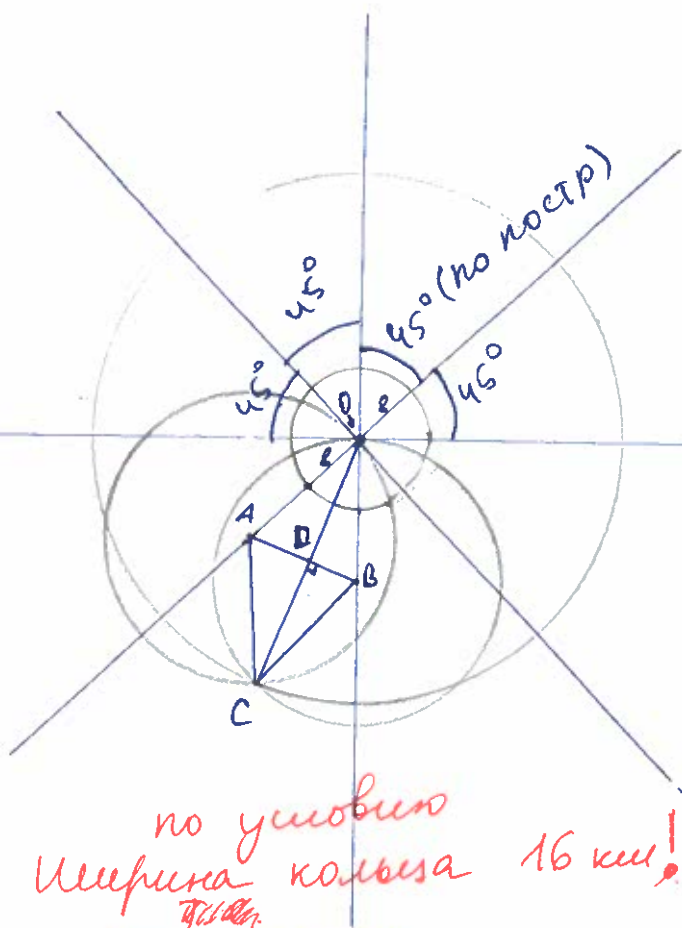
$$10 - 6 = 4$$

$$3. p = \frac{\frac{4}{3}}{4} = \frac{4}{3} : 4 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \text{ (благоприятная вероятность)}$$

Ответ: $\frac{1}{3}$;

~ 4

+ 18 б.



Самое максимальное расстояние, на которое мы можем отдалить радары от станции - это их радиус покрытия, т.е. 17 км. $\Rightarrow$ на рисунке $AO = OB = 17$ (км) а.

Найдём площадь всего покрытия

Решение.

1. $\triangle ABC = \triangle OBA$ (они симметричны относительно AB) $\triangle ABC = \triangle OBA$ (по 3-м сторонам):

Продолжение на месте 6

Бланк олимпиадной работы

Продолжение с листа 5

$$\left. \begin{array}{l} AO = AC \text{ (радиусы одн. окр)} \\ OB = BC \text{ (радиусы одн. окр)} \\ AB = AB \end{array} \right\} \Rightarrow \angle ACB = 45^\circ$$

2. По т. косинусов в $\triangle ABC$:

$$AB^2 = 17^2 + 17^2 - 2 \cdot 17 \cdot 17 \cdot \cos 45^\circ$$

$$AB^2 = 2 \cdot 17^2 - 2 \cdot 17^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 17^2 (2 - \sqrt{2})$$

3. ~~По т. Пифагора в прямоуго~~

3. Т.к. $\triangle ABC$ симметрично отражен через AB
от $\triangle AOB$, то $AB \perp OC \Rightarrow \triangle ADC$ - прямоугольный,
 $OD = DC$, $AD = AB \cdot \frac{1}{2}$;

4. По т. Пифагора в $\triangle ADC$:

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2}$$

$$OC = 2CD = 2 \cdot \sqrt{AC^2 - \frac{1}{4} AB^2} = \sqrt{4AC^2 - AB^2} = \sqrt{4 \cdot 17^2 - 17^2 (2 - \sqrt{2})} = \sqrt{17^2 (4 - 2 + \sqrt{2})} = 17\sqrt{2 + \sqrt{2}};$$

5. Площадь всего покрытия:

$$S_{\text{пок}} = \pi r^2 = \pi \cdot OC^2 = \pi \cdot 17^2 \cdot (2 + \sqrt{2})$$

Ответ: $\pi \cdot 17^2 (2 + \sqrt{2})$

05.